MohandesYar.com

مهندس یار، یار مهندسان ایرانی!

جزوه درس مدارهای الکتریکی

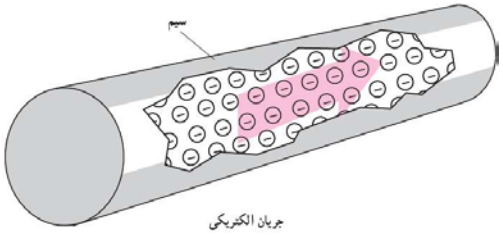
لطفاً نواقص احتمالی این جزوه را جهت اصلاح در ویرایش های بعدی به نشانی bazyar@mohandesyar.com ارسال فرمایید.

چند تعریف:

جریان الکتریکی:

برای اینکه بتوانیم از انرژی الکتریکی برای انجام کار استفاده کنیم، الکتریسیته باید جاری باشد. این عمل وقتی صورت می گیرد که الکترون های آزاد در جهت معینی به حرکت در آیند.

هنگامی که تعداد زیادی الکترون های آزاد در یک سیم در یک جهت حرکت می کنند، می گوییم جریان الکتریکی از سیم عبور می کند.



قبل از کشف حرکت الکترون ها (که منشأ جریان الکتریکی است) چنین تصور می شد که جریان از پتانسیل بیشتر (مثبت) به سمت پتانسیل کمتر (منفی) بر قرار می شود. پس، جهت جریان انرژی الکتریکی را نیز از قطب مثبت به طرف قطب منفی در نظر می گرفتند. اکنون ما با اینکه می دانیم حرکت الکترون ها از از قطب منفی به طرف قطب مثبت است اما طبق همان قرارداد قدیمی در خارج از منبع، جهت جریان را از قطب مثبت به قطب طرف قطب منفی در نظر می گیریم.

مدار باز :

طبق شکل اگر در یک مدار بسته سیم قطع شود، الکترون ها در انتهایی از سیم که به قطر منفی باتری متصل است، جمع می شوند و الکترون های آزاد در انتهای دیگر سیم به قطب مثبت جذب می گردند. بنابراین، بین دو سر قطع شدگی اختلاف بار به وجود می آید که با اختلاف بار الکتریکی منبع برابر است. در نتیجه جریانی از مدار عبور نمی کند. به چنین مداری، مدار باز می گویند.



مدار کامل (بسته)

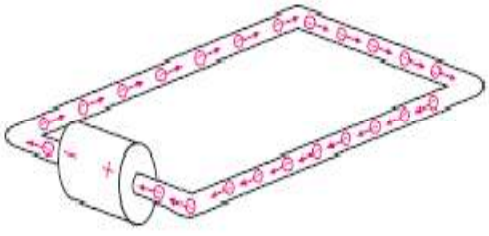
اگر یک بار منفی (طبق شکل) در یک انتهای سیمی قرار داده شود، این بار منفی الکترون های آزاد سیم را به سر دیگر سیم دفع می کند. حرکت الکترون های آزاد جهت می گیرد و باعث عبور جریان الکتریکی می شود. این

MohandesYar.com

جریان تا زمانی ادامه خواهد یافت که به اندازه ی کافی الکترون در سر دیگر سیم جمع شود و باری برابر بار منفی داده شده در طرف دیگر تشکیل گردد و از آمدن الکترون های بیشتر جلوگیری کند. این الکتریسیته ساکن است، زیرا پس از مدتی همه چیز به حالت سکون در می آید.



برای این که جریان الکتریکی برقرار شود، الکترون های آزاد باید به طور مداوم در جریان باشند، بدین لحاظ باید از منابع ولتاژ برای دادن بارهای مخالف به دو سر سیم استفاده شود. در این صورت، الکترون ها در قطب منفی سیم دفع شده و در طرف قطب مثبت به داخل منبع جذب می شوند. به ازای هر الکترونی که جذب منبع می شود، الکترون دیگری توسط طرف منفی منبع به سیم وارد می شود. در نتیجه، تا هنگامی که منبع ولتاژ تولید بار می کند، قبور جریان در سیم ادامه می یابد. چنین فرآیندی یک مدار کامل (بسته) را تشکیل می دهد. باتری یک نوع معمول منبع ولتاژ است. بنابراین برای این که جریان الکتریکی عبور کند، یک مدار بسته یا کامل لازم است. در شکل برای ایجاد بارهای مختلف در دو سر سیم از یک باتری استفاده شده است.

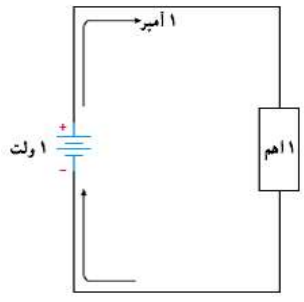


واحد مقاومت:

در حدود سال های ۱۸۰۰ یک دانشمند آلمانی به نام گئورگ سیمون اهم آزمایش هایی در مورد مدارها و هادی ها انجام داد و نکات مهمی را در مورد ماهیت مقاومت الکتریکی کشف کرد. برای قدردانی از این شخص، واحد مقاومت به نام او اهم نامیده شده است.

یک اهم مقاومت هادی ای است که تحت اختلاف پتانسیل یک ولت، شدت جریانی معادل یک آمپر از آن عبور کند. در صورتی که با ولتاژ ۱ ولت شدت جریان عبوری نیم آمپر شود، مقائمت دو برابر حالت قبل – یعنی دو اهم – خواهد بود. با استفاده از این نسبت مقاومت مطلق همه ی هادی ها – در هر اندازه و شکلی که باشند – قابل محاسبه است. واحد مقاومت را با علامت Ω نمایش می دهند.

MohandesYar.com



تعریف اهم

مقاومت:

مقاومت عنصری است که در هر لحظه از زمان ولتاژ وجریان آن از قاعده مشخصی پیروی می کند. به طور کلی مقاومت به چهار صورت ممکن است وجود داشته باشد .

۱- مقاومت خطی وتغییر ناپذیر با زمان

رابطه ولتاژ جریان به صورت $V=RI$ می باشد که R مقاومت و ثابت می باشد .

۲- مقاومت خطی وتغییر پذیر با زمان

رابطه ولتاژ جریان به صورت $V(t)=R(t)I(t$ می باشد که $R(t$ مقاومت بوده وبا زمان تغییر می کند مثل پتانسیومتر

۳- مقاومت غیر خطی وتغییر ناپذیر با زمان

رابطه ولتاژ جریان به صورت زیر می باشد :

مقاومت کنترل شده با جریان $V(t)=f(i(t))$

مقاومت کنترل شده با ولتاژ $i(t)=g(v(t))$

۴- مقاومت غیر خطی وتغییر ناپذیر با زمان

رابطه ولتاژ جریان به صورت زیر می باشد :

مقاومت کنترل شده با جریان $V(t)=f(i(t),t)$

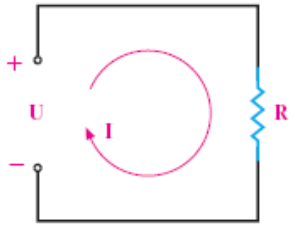
مقاومت کنترل شده با ولتاژ $i(t)=g(v(t),t)$

قانون اهم:

ولتاژ باعث جاری شدن جریان الکتریکی در مدار بسته می شود و مقاومت، با عبور جریان مخالفت می کند. بین ولتاژ، جریان و مقاومت رابطه وجود دارد. این رابطه را نخستین بار گئورگ سیمون اهم کشف کرد. به همین دلیل این رابطه را قانون اهم نامیدند و واحد مقاومت را نیز اهم نام نهادند. اهم به این نتیجه رسید که اگر مقاومت مداری ثابت نگه داشته شود و مقدار ولتاژ منبع افزایش یابد، شدت جریان زیاد می شود. همچنین کاهش ولتاژ، شدت

MohandesYar.com

جریان را کم می کند. به عبارت دیگر، اهم دریافت که در این مدار DC، شدت جریان با جریان نسبت مستقیم دارد. کشف دیگر او این بود که اگر ولتاژ منبع ثابت نگاه داشته شود و مقدار مقاومت مدار افزایش یابد، شدت جریان کم می شود. بنابراین، بین سه کمیت ولتاژ، مقاومت و شدت جریان رابطه ای وجود دارد که آن را قانون اهم می نامیم. به طور خلاصه، در یک مدار DC، شدت جریان با ولتاژ نسبت مستقیم و با مقاومت نسبت معکوس دارد. رابطه ریاضی قانون اهم به شکل $I = \frac{U}{R}$ است که در آن U (ولتاژ) بر حسب ولت و R (مقاومت) بر حسب اهم و I (شدت جریان) بر حسب آمپر است.



مدار الکتریکی

بوبین (سیم پیچ، سیم لوله، سلف):

اگر مقداری سیم به دور محور یا هسته ای پیچانده شود، بوبین یا سیم پیچ به وجود می آید. چنان چه سیم ضخیم باشد، دیگر به هسته – به عنوان تکیه گاه سیم- نیازی نخواهد بود. از هسته علاوه بر اثرات القایی –به جای تکیه گاه- جهت پیچاندن و نگهداری سیم استفاده می شود. در صورتی که سیم، نازک باشد می توان از استوانه های کاغذی یا مقوایی یا هر عایق دیگری استفاده کرد. در شکل تعدادی بوبین با هسته ی هوایی و فلزی را مشاهده می کنید.


ت) با هسته‌ی متغیر فلزی

پ) با هسته‌ی متغیر مغناطیسی

ب) با هسته‌ی هوایی

الف) با هسته‌ی فلزی

بوبین هایی را که هسته ی فلزی دو سر یا چند سر دارند و اغلب دارای تعداد دور استاندارد هستند، در اصطلاح چوک (*choke*) می گویند. چوک ها معمولاً حفاظ خارجی دارند، مانند: چوک مهتابی، چوک بلندگو و... از

MohandesYar.com

چوک مهتابی در مصارف برقی و از چوک بلندگو در مصارف الکترونیکی استفاده می شود. در شکل چند نمونه چوک برای مصارف مختلف را می بینید.

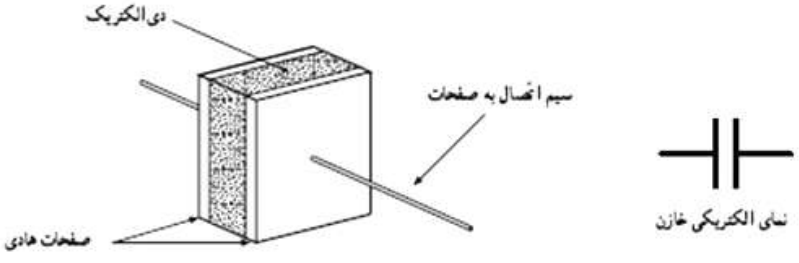


الف ــ چوک بلندگو، ب ــ چوک فرکانس بالای بدون پوشش، پ ــ چوک فرکانس بالای با پوشش

خازن:

خازن وسیله ای الکتریکی است که در مدار های الکتریکی اثر خازنی ایجاد می کند. اثر خازنی خاصیتی است که سبب می شود مقداری انرژی الکتریکی در یک میدان الکترواستاتیک ذخیره شود و بعد از مدتی آزاد گردد. به تعبیر دیگر، خازن ها المان هایی هستند که می توانند مقداری الکتریسیته را به صورت یک میدان الکترواستاتیک در خود ذخیره کنند. همان گونه که یک مخزن آب برای ذخیره کردن مقداری آب مورد استفاده قرار می گیرد.

خازن ها به اشکال گوناگون ساخته می شوند و متداول ترین آنها خازن های مسطح هستند. این نوع خازن ها از دو صفحه ی هادی که بین آنها عایق یا «دی الکتریک» قرار دارد، تشکیل می شوند. شکل طرح ساده ی یک خازن مسطح و نمای الکتریکی آن را نشان می دهد.



. نمای یک خازن ساده

صفحات هادی نسبتاً بزرگ اند و در فاصله ای بسیار نزدیک به هم قرار می گیرند. دی الکتریک انواع مختلفی دارد و با ضریب مخصوصی که نسبت به هوا سنجیده می شود، معرفی می گردد. این ضریب را ضریب دی الکتریک می گویند و آن را با حرف ε نمایش می دهند.

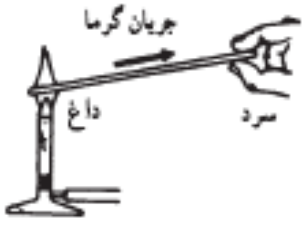
اختلاف پتانسیل الکتریکی و مفهوم نسبی بودن آن:

دیدیم وقتی که یک جسم رسانا که بار الکتریکی منفی دارد به زمین متصل می شود، الکترون ها (یعنی بارهای منفی) از آن جسم به زمین متصل می شود، الکترون ها (یعنی بارهای منفی) از آن جسم به زمین می روند. هم چنین،

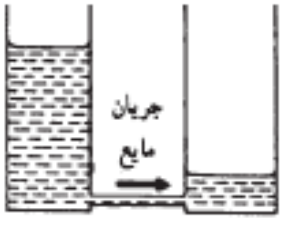
MohandesYar.com

اگر یک جسم رسانا با بار الکتریکی مثبت با زمین اتصال پیدا کند، تعدادی الکترون از زمین به جسم منتقل می شود. حرکت الکترون ها یا به عبارت دیگر انتقال الکتریسیته به این علت صورت می گیرد که بین جسم رسانا و زمین اختلاف پتانسیل وجود دارد. بنابراین می توان اختلاف پتانسیل را عامل یا شرط الکتریکی دانست که سبب جاری شدن الکتریسیته از نقطه ای به نقطه دیگر شود. با توجه به این واقعیت ف می توان اختلاف پتانسیل را با اختلاف دما (که سبب انتقال دما در یک جسم می شود) یا اختلاف فشار مایع بین دو ظرف به هم پیوسته کهسبب جاری شدن مایع بین دو ظرف گردد، مقایسه گردد.

همان طور که اختلاف دما جهت انتقال دما را در جسم مشخص می کند یا اختلاف فشار مایع جهت حرکت مایع را نشان می دهد، اختلاف پتانسیل الکتریکی هم جهت جریان یافتن الکتریسیته را تعیین می کند.



اختلاف دما سبب انتقال گرما می‌شود.

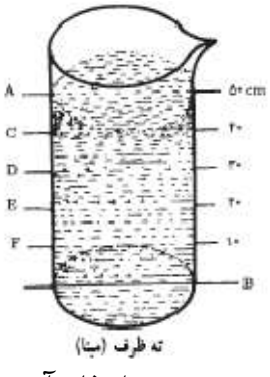


اختلاف فشار مایع را جابه‌جا می‌کند.

مقایسه اختلاف پتانسیل الکتریکی با اختلاف دما و اختلاف فشار در مایع

مقایسه پتانسیل الکتریکی و مکانیکی:

استوانه مدرج پر از آب را در نظر بگیرید. ارتفاع سطح آب را می توان نسبت به هر نقطه ای از ستون آب در لوله مدرّج به دست آورد. فرض کنید می خواهیم ارتفاع سطح آب را از نقطه A تا نقطه E به دست آوریم. برای این کار می توانیم درجات بین دو نقطه A و E را ببینیم یا آنکه ارتفاع آب را از نقطه A تا B (ته ظرف) و ارتفاع نقطه E تا ته ظرف را بخوانیم و از هم کم کنیم. در هر دو صورت به یک جواب می رسیم.



نسبی بودن ارتفاع آب

MohandesYar.com

اگر علامت ارتفاع را h در نظر بگیریم و نقاطی را که می خواهیم ارتفاع بین آنها مشخص شود به صورت اندیس برای ارتفاع (h) بنویسیم، برای بدست آوردن فاصله بین دو نقطه A تا E چنین عمل می کنیم:

$$h_{AE} = h_{AB} - h_{EB}$$

$h_{AB} = 50cm$ ارتفاع آب از نقطه A تا ته ظرف

$h_{EB} = 20cm$ ارتفاع آب از نقطه E تا ته ظرف

$$h_AE = 50cm - 20cm$$

$h_{AE} = 30cm$ ارتفاع AE

مثلاً ارتفاع نقطه D تا ته ظرف چقدر است ؟

$$h_{DB} = h_{DB} - h_{BB}$$
$$h_{DB} = 30cm - 0$$
$$h_{DB} = 30cm$$

برای خلاصه کردن رابطه ی تعیین ارتفاع، معمولاً حرف مبنا را نمی نویسند اما در محاسبه آن را در نظر می گیرند. مثلاً h_AD برابر است با:

$$h_{AD} = h_A - h_D$$

که h_A یعنی ارتفاع سطح نقطه A تا ته ظرف (مبنا) و h_D نیز به همین صورت ارتفاع سطح نقطه ی D تا ته ظرف است. اکنون با توجه به این توضیحات داریم:

$h_A = h_AB = 50cm$ ارتفاع آب تا نقطه ی A

$h_D = h_DB = 30cm$ ارتفاع آب تا نقطه ی D

$$h_AD = 50cm - 30cm$$
$$h_AD = 20cm$$

در مورد تعیین ارتفاع آب در پشت سدها نیز همین روش به کار می رود. مثلاً وقتی می گویند ارتفاع سطح آب تا تاج سد ۵ متر است، یعنی تفاوت بین ارتفاع سطح آب تا کف سد و ارتفاع بالاترین نقطه ی سد تا کف دریاچه سد ۵ متر است.

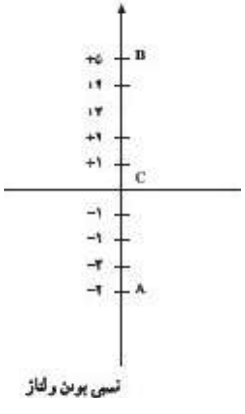
در شکل ارتفاع آب تا تاج سد به خوبی نشان داده شده است.

MohandesYar.com



سد کرج

از مطالب گفته شده چنین بر می آید که کمیت ارتفاع نسبی است، یعنی باید آن را نسبت به یک مبنا سنجید. کمیت ولتاژ را نیز معمولاً نسبت به یک مبنا می سنجند، مثلاً وقتی گفته می شود ولتاژ نقطه ی A مقداری را داراست، این گفته ناقص است. در واقع شنونده وقتی مقدار ولتاژ نقطه ی A را می شنود، منتظر است که گفته شود نسبت به کجا این مقدار را دارد اما وقتی گفته می شود «ولتاژ دو سر مقاومت» جمله کاملاً درست و بجاست. زیرا ولتاژ یک سر مقاومت نسبت به سر دیگر آن مورد نظر است یا این که اگر گفته شود «ولتاژ منبع» بیان درستی است. زیرا ولتاژ یک طرف منبع نسبت به سر دیگر منبع مورد نظر بوده است. بنابراین، در حالت کلی همان گونه که ارتفاع آب داخل لوله یا پشت سد را نسبت به ته ظرف یا سطح زمین می سنجند، کمیت ولتاژ را هم نسبت به یک مبنا –که می تواند در هر نقطه ای از مدار انتخاب شود– بیان می کنند.



نسبی بودن ولتاژ

مثلاً اگر ولتاژ نقطه ی A مطابق شکل نسبت به مبنای C برابر ۴- ولت و ولتاژ نقطه ی B نسبت به همان مبنا (نقطه ی C) دارای ولتاژ ۵+ ولت باشد، اختلاف ولتاژ نقطه ی A نسبت به نقطه ی B - که با U_{AB} نمایش داده می شود – برابر است با $U_{AC} - U_{BC}$.در نتیجه:

$$C \text{ نسبت به } A \text{ ولتاژ } U_{AC} = -4\ V$$

$$C \text{ نسبت به } B \text{ ولتاژ } U_{BC} = +5\ V$$

MohandesYar.com

$$U_{AB} = U_A - U_B \text{ ولتاژ } A \text{ نسبت به } B$$

$$U_{AB} = -4\,V - (+5\,V)$$
$$U_{AB} = -9\,V$$

همچنین ولتاژ نقطه ی B نسبت به A برابر است با:

$$U_{BA} = U_B - U_A$$
$$U_{BA} = +5\,V - (-4V)$$
$$U_{BA} = +9\,V$$

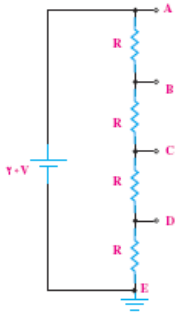
در نتیجه:

$$U_{BA} = -U_{AB}$$

یا

$$U_{AB} = -U_{BA}$$

مثال: در مدار شکل با تساوی مقاومت ها اختلاف ولتاژ نقاط A، B، C و D را نسبت به مبنای E بدست آورید. به کمک این ولتاژ ها U_{AB} و U_{AC} و U_{AD} را نیز بدست آورید.



ولتاژ نقاط مختلف، نسبت به اتّصال مناسی (بدنه)[1]

راه حل: ولتاژ نقطه ی A نسبت به E برابر است با ولتاژ نقطه ی A منهای ولتاژ نقطه ی E، یعنی:

$$U_{AE} = U_A - U_E$$
$$U_{AE} = +20\,V - 0 = +20\,V$$

با توجه به این که مقاومت های موجود در مدار با یکدیگر برابرند و جریان آنها نیز برابر است. پس اختلاف پتانسیل دوسر آنها نیز باهم برابر است و می توان گفت ولتاژ منبع به طور مساوی بین آنها تقسیم می شود و ولتاژ دو سر هر مقاومت برابر $U_R = \frac{20V}{4} = 5V$ خواهد شد.

اکنون می توان پتانسیل نقطه ی D را نسبت به نقطه ی E –که نقطه ی مبناست– به صورت زیر بدست آورد.

$$U_{BE} = U_B - U_E = 15 - 0 = 15V$$
$$U_{CE} = U_C - U_E = 10 - 0 = 10V$$
$$U_{DE} = U_D - U_E = 5 - 0 = 5V$$

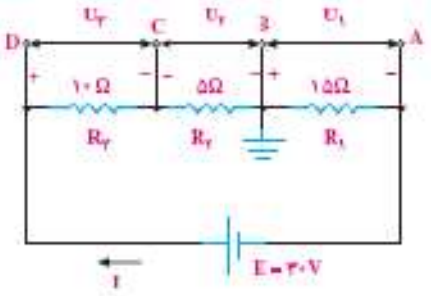
اختلاف پتانسیل نقاط دیگر را نیز می توان از روابط زیر بدست آورد.

$$U_{AD} = U_A - U_D = 20 - 5 = 15V$$
$$U_{AC} = U_A - U_C = 20 - 10 = 10V$$

MohandesYar.com

$$U_{AB} = U_A - U_B = 20 - 15 = 5V$$

مثال: در مدار شکل پتانسیل نقاط A، C و D را نسبت به نقطه ی اتصال مشترک (B) بدست آورید.



راه حل: مقاومت معادل برابر است با:

$$R_T = 10 + 5 + 15 = 30\Omega$$

شدت جریان کل با استفاده از قانون اهم:

$$i = \frac{E}{R_T} = \frac{30}{30} = 1A$$

R_1 افت ولتاژ روی $U_1 = iR_1 = (1)(15) = 15\ V$

R_2 افت ولتاژ روی $U_1 = iR_2 = (1)(5) = 5\ V$

R_3 افت ولتاژ روی $U_1 = iR_3 = (1)(10) = 10\ V$

با توجه به جهت جریان در شکل داریم:

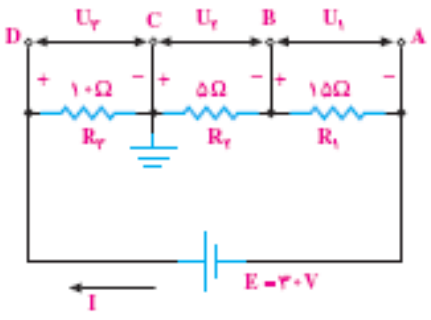
$$U_1 = U_B - U_A = U_{BA} = 15\ V$$

و چون U_1 مثبت است، نتیجه می گیریم که $U_B > U_A$ است. از طرف دیگر، چون نقطه ی B مبنا است، پس $U_B = 0$ می باشد. حال اگر مقادیر U_B و U_1 را در رابطه ی بالا قرار دهیم، خواهیم داشت $15 = 0 - U_A$ یا به عبارت دیگر $U_A = -15V$. منفی شدن U_A بدین معناست که پتانسیل نقطه ی A به اندازه ی ۱۵ ولت از پتانسیل نقطه ی مبنا –یعنی B– کمتر است. ولتاژ سایر نقاط مدار:

$$U_{AB} = U_A - U_B = -15 - 0 = -15$$
$$U_{CB} = U_C - U_B = +5 - 0 = +5V$$
$$U_D = U_3 + U_2 = 10 + 5 = 15V$$
$$U_{CB} = U_C - U_B = +5 - 0 = +5V$$
$$U_{DB} = U_D - U_B = +15 - 0 = +15V$$

مثال: با تغییر نقطه مبنا از نقطه B به نقطه C ولتاژ نقاط A، B و D نسبت به نقطه C در شکل زیر کدام است ؟

MohandesYar.com



راه حل:

زمین و پتانسیل الکتریکی صفر:

در اندازه گیری های پتانسیل الکتریکی لازم است مبدأ مقایسه مناسبی با پتانسیل الکتریکی صفر انتخاب شود. درست همانطور که در اندازه گیری دما، نقطه ذوب یخ به عنوان مبدأ مقایسه یا نقطه صفر قبول شده است. در عمل زمین را نیز به عنوان مبدأ مقایسه ای که پتانسیل الکتریکی ان صفر است، انتخاب کرده اند.

این انتخاب برای آسان شدن کار صورت گرفته است و معنایش این نیست که زمین بار الکتریکی ندارد. همانطور که نمی توان گفت یخ صفر درجه دارای انرژی داخلی نیست. در حقیقت، زمین بار منفی دارد ولی اندازه این بار منفی به قدری زیاد است که دادن مقداری بار الکتریکی به آن یا گرفتن بار از آن در بار الکتریکی اش، تأثیر محسوسی نخواهد داشت.



زمین در حکم پتانسیل صفر:

تذکر: در اندازه گیری دما نقطه ای در حکم صفر مطلق در نظر گرفته می شود که در آن انرژی داخلی ماده به حداقل ممکن می رسد. برای پتانسیل الکتریکی هم صفر مطلق پتانسیل منظور می شود، که آن پتانسیل نقاط واقع در بی نهایت است و عملاً پتانسیل آنها در حداقل ممکن یا به طور نظری صفر است.

پتانسیل الکتریکی یک جسم باردار:

معمولاً پتانسیل اجسام باردار را نسبت به زمین میسنجند. در این سنجش پتانسیل زمین را بنا به قرارداد، صفر در نظر می گیرند. هنگامی که یک جسم باردار به وسیله یک رشته سیم به زمین متصل می شود، اگر الکترون ها از زمین به

MohandesYar.com

سوی جسم جریان یابند، پتانسیل جسم مثبت است. بر عکس، اگر در این ارتباط الکتریکی، الکترون ها از جسم به زمین بروند پتانسیل جسم منفی است. بنابراین، پتانسیل اجسام باردار پس از اتصال به زمین صفر می شود.

اندازه پتانسیل الکتریکی:

پتانسیل الکتریکی یک جسم باردار که آن را با U نمایش می دهیم، بنا به تعریف عبارت است از کاری که باید انجام گیرد تا واحد بار الکتریکی مثبت از زمین به جسم انتقال یابد. واحد پتانسیل الکتریکی ولت است ؛ بنابراین، اگر برای انتقال بار مثبت q کار W لازم باشد، پتانسیل جسم بر اساس رابطه زیر محاسبه می شود.

$$U = W/q \quad (\text{ژول})/(\text{کولن}) \quad \left(\text{ولت}\right)$$

اختلاف پتانسیل بین دو جسم باردار:

اختلاف پتانسیل بین دو جسم باردار که پتانسیل آنها V_1 و V_2 است، بنا به تعریف عبارتست از انرژی ای که باید مصرف شود تا واحد بار الکتریکی مثبت از یک جسم به جسم دیگر انتقال یابد. اگر این اختلاف پتانسیل را نیز با U نمایش دهیم ؛ بنا به این تعریف خواهیم داشت:

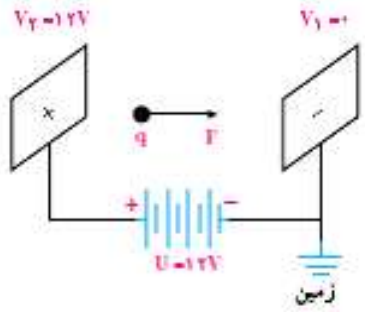
$$U = V_2 - V_1$$

مثلاً وقتی می گوئیم اختلاف پتانسیل میان دو قطب یک باتری اتومبیل ۱۲ ولت است، یعنی برای انتقال واحد بار الکتریکی (یعنی کولن) از یک قطب به قطب دیگر ۱۲ ژول انرژی مصرف یا آزاد می شود. اگر قطب منفی این باتری را به زمین وصل کنیم، پتانسیل آن صفر و پتانسیل قطب مثبت ۱۲+ ولت می شود. بر عکس، اگر قطب مثبت باتری را به زمین متصل کنیم، پتانسیل این قطب صفر و پتانسیل قطب منفی ۱۲- ولت می شود. بنابراین اختلاف میان دو قطب در هر حال ۱۲ ولت و ثابت است.

فرض می کنیم که دو قطب این باتری ۱۲ ولتی را مطابق شکل به دو صفحه فلزی V_2 و V_1 وصل کرده ایم. اگر صفحه V_1 را که دارای پتانسیل منفی است به زمین وصل کنیم، پتانسیل آن صفر می شود و پتانسیل صفحه V_2 همان ۱۲+ ولت باقی می ماند. اگر بخواهیم در این حالت بار منفی $-q$ را از V_2 به V_1 انتقال دهیم، باید به اندازه $W=U.q$ انرژی مصرف کنیم. بر عکس، اگر همین بار الکتریکی را از V_2 به V_1 بر گردانیم، انرژی به مقدار $W=U.q$ آزاد خواهد شد.

در این مثال، اگر V_2 و V_1 با یک رشته سیم به هم متصل شوند، الکترون ها به سوی V_2 جریان می یابند و انرژی آزاد شده به گرما تبدیل می شود.

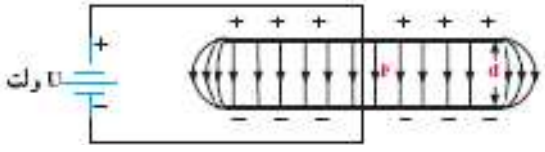
MohandesYar.com



وقتی بار الکتریکی q از نقطه ای به نقطه دیگر که بین آنها اختلاف پتانسیل U موجود است انتقال می یابد، انرژی $U.q$ آزاد می شود.

میدان الکتریکی یکنواخت:

در بسیاری از آزمایش هایی که به منظور بررسی ساختمان اتم انجام می گیرد، لازم است ذرات باردار را از یک میدان الکتریکی یکنواخت عبور دهند و رفتار آنها را در این میدان مشاهده کنند. میدان یکنواخت میدانی است که شدت و جهت آن در حجم محدودی از فضا ثابت باشد. برای ایجاد چنین میدانی، می توانیم دو صفحه فلزی را که مطابق شکل به طور موازی در مقابل یک دیگر قرار گرفته اند، به دو قطب یک باتری متصل می کنیم. در این صورت در فضای بین دو صفحه میدان الکتریکی یکنواختی ایجاد می شود ولی در فضای بیرون دو صفحه و در مجاورت لبه صفحات همانطور که در شکل دیده می شود میدان الکتریکی یکنواخت نیست.



فرض کنید می خواهیم بار مثبت $+q$ را از صفحه بالایی به صفحه پایینی منتقل کنیم. انرژی لازم برای انجام این کار، با حاصلظرب نیرو در تغییر مکان برابر است ؛ یعنی: $W=Fd$ برای به دست آوردن هم ارز الکتریکی این معادله، کافی است روابط $W=Uq$ و $F=qE$ را به کار ببریم. بنابراین اگر در رابطه $W=Fd$ به جای W و F معادل آنها را قرار دهیم، خواهیم داشت:

$$Uq=qE.d$$

$$E=\frac{U}{d}$$

در این رابطه U اختلاف پتانسیل میان دو صفحه بر حسب ولت و d فاصله دو صفحه بر حسب متر و E شدت میدان بر حسب $\frac{\text{ولت}}{\text{متر}}$ است. با توجه به واحد شدت میدان الکتریکی که قبلاً تعریف شد، خواهیم داشت: $1\frac{\text{نیوتن}}{\text{کولن}}=1\frac{\text{ولت}}{\text{متر}}$

مثال: بین دو صفحه موازی که به فاصله ۲ سانتی متر از یکدیگر قرار دارند، اختلاف پتانسیل ۱۰۰۰ ولت بر قرار شده است.

MohandesYar.com

الف) شدت میدان الکتریکی بین دو صفحه را حساب کنید.

ب) اگر یک پروتون با بار مثبت: $1/602 \times 10^{-19}C$ بین این دو صفحه قرار گیرد، چه نیرویی بر آن وارد می شود؟

مقادیر داده شده عبارتند از: $d=0/020m$ و $U=1000V$ و $1/602 \times 10^{-19}C$.

الف) $E = \frac{U}{d} = \frac{1000}{0/020} = 50000 \frac{V}{m} = 50000 \frac{N}{C}$

ب) $F = Eq = 50000 \times \frac{1}{602} \times 10^{-19} = 8/01 \times 10^{-15}N$

واحد کار الکتریکی:

واحد کار الکتریکی ژول است و مقدار آن کاری است که اختلاف پتانسیل یک ولت برای جابجایی یک کولن الکتریسیته انجام می دهد. اگر اختلاف پتانسیل ۱ ولت باعث عبور ۵ کولن الکتریسیته شود، می گوئیم ۵ ژول کار انجام شده است. این مطالب را می توان از طریق رابطه $W=q.U$ نشان داد. در این رابطه W، رابطه بر حسب ژول، q بار عبوری بر حسب کولن و U اختلاف پتانسیل بر حسب ولت است. به خاطر دارید که یک آمپر برابر است با عبور یک کولن الکتریسیته از یک نقطه مدار در یک ثانیه $I = \frac{q}{t}$، پس از ترکیب دو رابطه ذکر شده می توان نوشت:

$$W=I.t.U$$

واحد توان الکتریکی :

توان الکتریکی را قبلاً تعریف کردیم و آن عبارت بود از کیزان کار انجام شده در واحد زمان. پس، با توجه به روابط گفته شده خواهیم داشت:

$$P=\frac{W}{t} \Rightarrow P=\frac{I.t.U}{t} \Rightarrow \boxed{P=UI}$$

بنابراین واحد توان الکتریکی را بدین صورت نیز می توان تعریف کرد: اگر با اختلاف پتانسیل ۱ ولت، شدت جریانی معادل ۱ آمپر از مداری عبور کند، گوییم توان مصرف شده مدار ۱ وات است (واحد توان را با W نمایش می دهند). توان مکانیکی معمولتاً بر حسب اسب بخار hp نیز سنجیده می شود. هر اسب بخار معادل ۷۳۶ وات است.

معادلات توان:

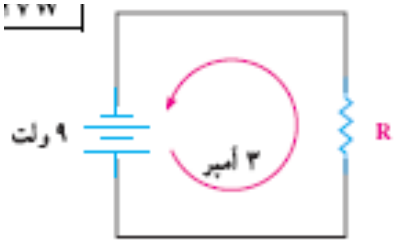
رابطه توان ($P=U.I$) را به اشکال دیگر نیز می توان نوشت:

$$P=U.I \ , \ U=RI \Rightarrow P=RI.I \Rightarrow \boxed{P=RI^2}$$

$$P=U.\frac{U}{R} \qquad \boxed{P=\frac{U^2}{R}}$$

مثال: در مدار شکل زیر مقدار مقاومت الکتریکی و توان مصرفی را محاسبه کنید.

MohandesYar.com



راه حل:

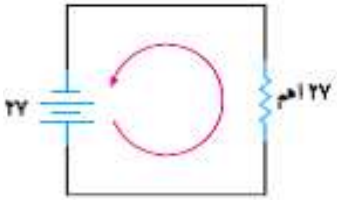
$$R=\frac{U}{I}=\frac{۹}{۳}$$

$$\boxed{R=۳\Omega}$$

$$P=U.I=۹\times۳$$

$$\boxed{P=۲۷W}$$

مثال: در شکل زیر مقدار شدت جریان و توان مصرفی مقاومت را محاسبه کنید.



راه حل:

$$I=\frac{U}{R}=\frac{۲۷}{۲۷}$$

$$\boxed{I=۱A}$$

$$P=RI^{۲}=۲۷\times۱^{۲}$$

$$\boxed{P=۲۷W}$$

توان مصرفی:

توان کل در یک مدار سری یا توانی که توسط مقاومت های مدار مصرف می شود، از مجموع توان های مصرف شده ی هر یک از مقاومت ها بدست می آید.

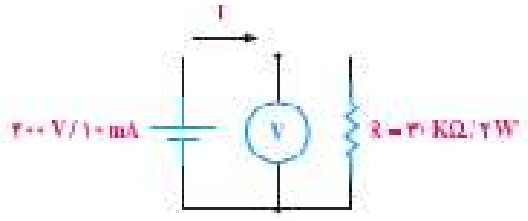
اگر مداری شامل n مقاومت سری باشد، توان کل برابر است با:

$$P_t=P_۱+P_۲+\cdots+P_n$$

برای محاسبه ی توان تک تک مقاومت ها (توان های جزء) و توان کل (P_T) باید از یکی از روابط توان –که قبلاً نیز به آنها اشاره شد– کمک بگیریم.

MohandesYar.com

مثال:توانی که یک منبع تغذیه با مشخصات ۳۰۰ $V/۱۰\ mA$ می تواند تولید کند، چقدر است؟ اگر این منبع را مطابق شکل به یک مقاومت ۳۰ $k\Omega/۲\ W$ متصل کنیم، چه اتفاقی می افتد؟



راه حل:

$$P_t = ۳۰۰ \times ۱۰ \times ۱۰^{-۳}$$

توانی که منبع می تواند تولید کند

$$P_t = ۳W$$

$$I = \frac{۳۰۰V}{۳۰K\Omega} = ۱۰mA$$

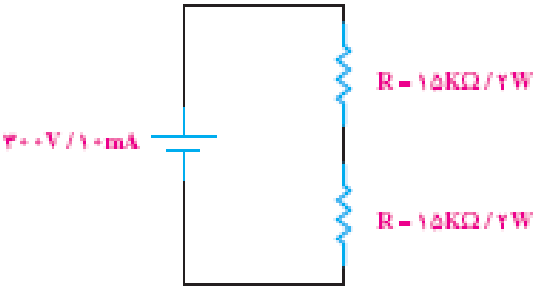
$$P_R = U_R . I = ۳۰۰ \times ۱۰ \times ۱۰^{-۳}$$

توان مصرف شده در مقاومت

$$P_R = ۳W$$

چون تحمل توان مجاز مقاومت بیش از ۲ وات نیست و اکنون ۲ وات مصرف می کند، مقاومت گرم می شود و می سوزد.

اگر دو مقاومت ۱۵ $k\Omega/۲\ W$ را با همان منبع تغذیه سری کنیم، توان مصرفی هر مقاومت ۱/۵ وات می شود که از توان مجاز آن کمتر است. در نتیجه، برای مقاومت ها مسئله ای پیش نمی آید.



$$I = \frac{E}{R_۱ + R_۱} = \frac{۳۰۰V}{۱۵k + ۱۵k} = ۱۰mA$$

$$U_{R_۱} = U_{R_۲} = \frac{۳۰۰}{۲} = ۱۵۰V$$

$$P_{R_۱} = ۱۵۰ \times ۱۰ \times ۱۰^{-۳} = ۱/۵W$$

$$P_{R_۲} = ۱۵۰ \times ۱۰ \times ۱۰^{-۳} = ۱/۵W$$

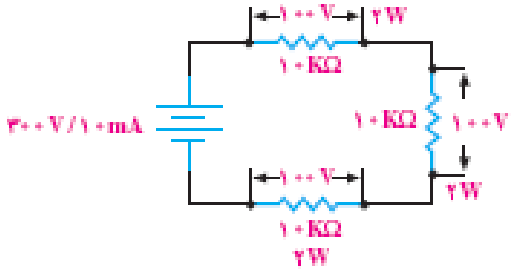
MohandesYar.com

از طرفی توان تولید شده توسط منبع، برابر مجموع توان های مصرف شده در مقاومت هاست؛ یعنی:

$$P_t = P_{R_1} + P_{R_2}$$

$$P_t = ۱/۵ + ۱/۵ = ۳W$$

برای کسب اطمینان از گرم نشدن مقاومت ها، سه مقاومت $10K\Omega/2W$ را به صورت سری به همان منبع تغذیه اتصال می دهیم. توان مصرفی هر مقاومت یک وات می شود که از توان مجاز آن بسیار کم تر است. در این جا نیز توان منبع با مجموع توان های جزء برابر خواهد بود.



توان کل $P_t = ۳۰۰ \times ۱۰ \times ۱۰^{-۳} = ۳W$

توان مصرفی R_1 $P_1 = ۱۰۰ \times ۱۰ \times ۱۰^{-۳} = ۱W$

توان مصرفی R_2 $P_2 = ۱۰۰ \times ۱۰ \times ۱۰^{-۳} = ۱W$

R_3 توان مصرفی $P_3 = ۱۰۰ \times ۱۰ \times ۱۰^{-۳} = ۱W$

نتیجه : $P_t = P_1 + P_2 + P_3 = ۱ + ۱ + ۱ = ۳W$

عناصر فعال (اکتیو) مدار

به طور کلی عناصر مدار را می توان به دو گروه عناصر فعال و عناصر غیر فعال تقسیم کرد.

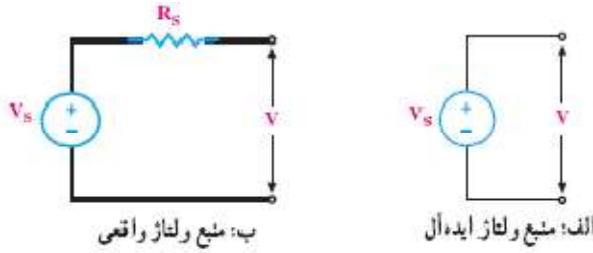
عناصر غیر فعال عناصری هستند که انرژی الکتریکی را مصرف (به عبارت دیگر تبدیل) می کنند یا آن را در خود ذخیره می سازند. این عناصر عبارت اند از: مقاومت های اهمی، سلف ها و خازن ها. مقاومت اهمی عنصری است که جریان آن با ولتاژ دو سر آن تناسب دارد.

سلف عنصری است که ولتاژ دو سر آن با تغییرات جریان در آن متناسب است و خازن نیز عنصری است که جریان آن با تغییران ولتاژ دو سرش نسبت به زمان تناسب دارد. البته با توجه به این که سلف در جریان مستقیم اتصال کوتاه و خازن در جریان مستقیم به صورت یک مدار باز عمل می کند، مدار هایی که در این فصل مورد تجزیه و تحلیل قرار می گیرند بیشتر دارای مقاومت های اهمی هستند.

عناصر فعال به عناصری گفته می شود که انرژی مدار را تأمین می کنند. این عناصر عبارت اند از: منابع ولتاژ و منابع جریان. هریک از این دو به دو گروه ایده آل و حقیقی تقسیم می شوند. منبع ولتاژ ایده آل منبعی است که در بارهای مختلف ولتاژ ثابتی به مدار می دهد اما منبع ولتاژ حقیقی منبعی است که با افزایش بار (کاهش مقاومت

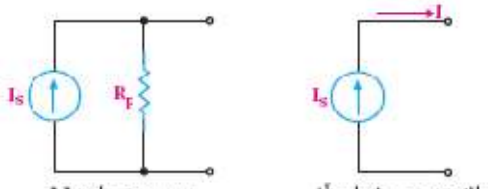
MohandesYar.com

مدار)، ولتاژ خروجی آن کاهش می یابد. منبع ولتاژ حقیقی را می توان منبع ولتاژ ایده آلی دانست که یک مقاومت اهمی کوچک با آن سری شده است. منابع تغذیه در صنعت منابع ولتاژ حقیقی هستند و منابع ایده آل وجود خارجی ندارند ولی با تقریب می توان منابع ولتاژ با انرژی بسیار بزرگ را ایده آل فرض کرد.



ب: منبع ولتاژ واقعی الف: منبع ولتاژ ایده‌آل

منابع جریان ایده آل منابعی هستند که در بارهای مختلف جریان ثابتی به مدار می دهند. به عبارت دیگر، اگر مقاومت بار تغییر کند ولتاژ آن تغییر می کند ولی جریان آن ثابت می ماند. منابع جریان بیشتر در مدارهای الکترونیکی دیده می شوند و به صورت ایده آل وجود ندارند. منابع جریان واقعی، منابع جریان ایده آلی هستند که با یک مقاومت بزرگ اهمی به صورت موازی قرار گرفته اند. در نتیجه، در صورت تغییر بار با توجه به ثابت بودن جریان منبع جریان در مصرف کننده، قدری تغییر می کند.

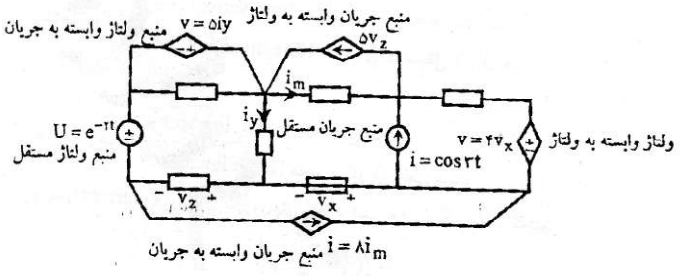


ب: منبع جریان حقیقی الف: منبع جریان ایده‌آل

در حالت کلی چهار نوع منبع دیگر نیز وجود دارند که منابع وابسته نامیده می شوند این منابع وابسته به جریان یا ولتاژ قسمتی از مدار هستند در زیر نحوه استفاده از این چهار نوع منبع در یک مدار نمایش داده شده است.

(dependent voltage source) { منبع ولتاژ وابسته به ولتاژ ; منبع ولتاژ وابسته به جریان }

(dependent current source) { منبع جریان وابسته به ولتاژ ; منبع جریان وابسته به جریان }

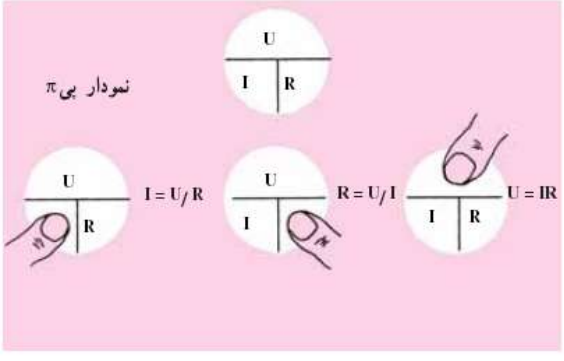


اشکال مختلف قانون اهم:

قانون اهم را به دو صورت دیگر نیز می توان نوشت:

$R = \frac{U}{I}$: در این رابطه مساوی است با U (ولتاژ) تقسیم بر I (جریان) یا $U = I.R$ که R (مقاومت). بدین ترتیب، هرگاه دو کمیت از سه کمیت جریان، ولتاژ و مقاومت را بدانید می توانید کمیت سوم را به آسانی به دست آورید. لازم است حتماً این سه معادله را به خاطر بسپارید ؛ چون برای حل کردن مسائل مربوط به مدارها به آنها نیاز دارید.

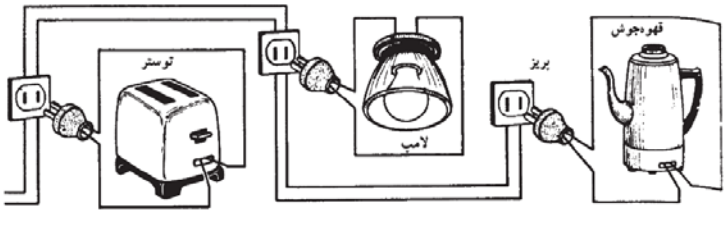
شکل زیر برای یادآوری سه شکل قانون اهم قابل استفاده است. در این شکل هرکدام از علامت ها را با انگشت بپوشانید، علائم دیگر مقدار قسمت راست معادله را نشان می دهد و مقدار مجهول به راحتی به دست می آید.



سه شکل قانون اهم (نمودار π)

اتصال مقاومت ها به صورت موازی:

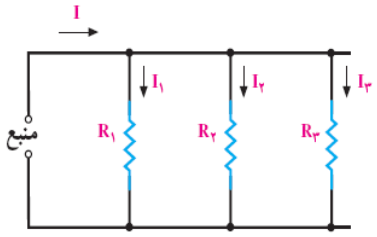
اگر بخواهند چند مصرف کننده با ولتاژ مساوی را هم زمان به یک منبع ولتاژ اتصال دهند، آنها به صورت موازی به دو سر منبع ولتاژ اتّصال می دهند. اتصال موازی بدین صورت است که یک طرف همه مصرف کننده ها به یک قطب منبع و طرف دیگر همه آنها به قطب دیگر منبع وصل می شود. در شکل زیر اتصال چند مصرف کننده خانگی را به شبکه برق مشاهده می کنید.



اتصال لوازم برقی به شبکه به‌طور موازی است.

در مدار موازی، بیش از یک مسیر برای عبور جریان وجود دارد. هر یک از مسیرهای موازی را شاخه می گویند. در شکل بالا سه مسیر موازی را مشاهده می کنید که نمای فنی آنها در شکل زیر رسم شده است.

MohandesYar.com



ولتاژ دوسر همه مصرف کننده ها در اتصال موازی، یکسان و برابر ولتاژ منبع تغذیه است ولی در صورت متفاوت بودن مقاومت آنها جریان مصرف کننده ها متفاوت اند.

مقاومت کل (معادل) در مدار موازی، مقاومتی است که اگر به جای مقاومت های موازی قرار گیرد، شدّت جریان کل مدار را تغییر ندهد. در مدار موازی، با افزایش شاخه های مدار تعداد مسیرهای جریان زیادتر می شود و شدت جریان کل افزایش می یابد. اقزایش شدت جریان بدین معناست که مقاومت معادل، کاهش یافته است.

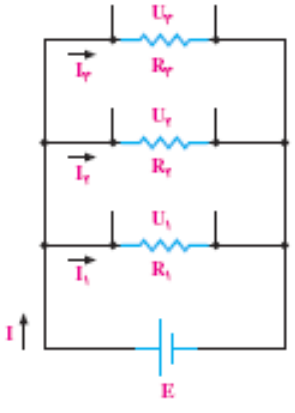
شدت جریان های شاخه های موازی برابر است؛ در صورتی که ولتاژ دو سر هر شاخه با شاخه های دیگر و دو سر منبع برابر می باشد. از این رو با استفاده از روابط قانون اهم، شدت جریان هر شاخه و شدت جریان کل را می توان به صورت زیر به دست آورد.

$$I_n = \frac{E}{R_n}$$ شدّت جریان شاخه‌ی nام

$$I_t = I_1 + I_2 + \cdots I_n$$ شدّت جریان کل مدار

در صورت مساوی بودن مقاومت های شاخه های مدار، از هر شاخه شدت جریان مساوی با دیگر شاخه ها می گذرد اما اگر مقدار مقاومت های هر شاخه متفاوت باشد، هر شاخه ای که متفاوت کم تری دارد، شدت جریان بیشتری را عبور می دهد. بنابراین، می توان گفت که مقدار جریان عبوری از هر شاخه در مدار موازی نسبت عکس با مقدار مقاومت های آن شاخه دارد. در این حالت در رابطه زیر نشان داده شده است.

$$I^{\uparrow} = \frac{E}{R_{\downarrow}}$$



محاسبه مقاومت معادل در مدار موازی:

MohandesYar.com

مدار شکل زیر را با سه مقاومت R_3 و R_2 و R_1 در نظر می گیریم. در مدار موازی ولتاژ منبع با ولتاژ دو سر شاخه ها برابر است و جریان کل از مجموع جریان های شاخه ها بدست می آید، روابط ۱و۲ این معنی را نشان می دهد.

$$E = U_1 = U_2 = U_3 \qquad (1)$$

$$I = I_1 + I_2 + I_3 \qquad (2)$$

طبق قانون اهم می توان نوشت:

$$I = \frac{E}{R_t^*} \ , \ I_1 = \frac{E}{R_1} \ , \ I_2 = \frac{E}{R_2} \ , \ I_3 = \frac{E}{R_3}$$

مقادیر مساوی را در رابطه ۲ قرار می دهیم.

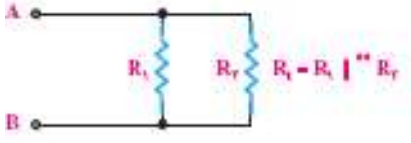
$$\frac{E}{R_t} = \frac{E}{R_1} + \frac{E}{R_2} + \frac{E}{R_3}$$

با فاکتورگیری و حذف مقادیر مساوی E از طرفین تساوی، به رابطه ۳ می رسیم.

$$\frac{E}{R_t} = E\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}\right)$$

$$\frac{1}{R_t} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \qquad (3)$$

رابطه مقاومت معادل بین دو مقاومت موازی شکل چنین محاسبه می شود.



$$\frac{1}{R_{AB}} = \frac{1}{R_t} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$

$$\frac{1}{R_t} = \frac{R_2 + R_1}{R_1 R_2} \Rightarrow R_t = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$

حالت خاص:

صورتی که مقاومت های موازی شده با هم مساوی باشند، مقاومت معادل چنین بدست می آید:

$$\frac{1}{R_t} = \frac{1}{R} + \frac{1}{R} + \cdots + \frac{1}{R_n}$$

$$\frac{1}{R_t} = \frac{1}{R}\left(\overbrace{1+1+\cdots+1}^{n}\right)$$

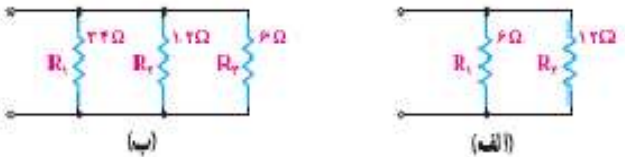
$$\frac{1}{R_t} = \frac{1}{R} \times n = \frac{n}{R}$$

$$\boxed{R_t = \frac{R}{n}}$$

n تعداد مقاومت های موازی شده و R یکی از آنهاست.

مثال: مقاومت معادل مدارهای شکل را بدست آورید.

MohandesYar.com



مقاومت معادل مدار الف برابر است با:

$$R_t = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = \frac{۶ \times ۱۲}{۶ + ۱۲} = \frac{۷۲}{۱۸} = ۴\Omega$$

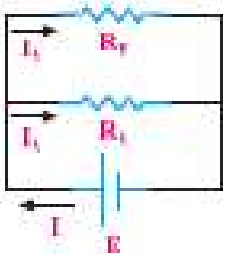
هم چنین، در مدار ب مقاومت معادل برابر است با:

$$\frac{۱}{R_t} = \frac{۱}{R_1} + \frac{۱}{R_2} + \frac{۱}{R_3} = \frac{۱}{۲۴} + \frac{۱}{۱۲} + \frac{۱}{۶}$$

$$\frac{۱}{R_t} = \frac{۱ + ۲ + ۴}{۲۴} = \frac{۷}{۲۴} \quad , \quad R_t = \frac{۲۴}{۷} = ۳/۴۳\Omega$$

تقسیم جریان در مدار موازی:

با توجه به مدار زیر و به کارگیری قانون اهم برای هر شاخه، به این نتیجه می رسیم:



$$E = I_1 R_1 \qquad (۱)$$

$$E = I_2 R_2 \qquad (۲)$$

$$E = I R_t \qquad (۳)$$

مقاومت معادل مدار فوق برابر است با:

$$R_t = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \qquad (۴)$$

از رابطه ۱ جریان I_1 را به دست می آوریم.

$$I_1 = \frac{E}{R_1} \qquad (۵)$$

رابطه ۴ را در رابطه ۳ قرار می دهیم:

$$I_1 = \frac{I \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}}{R_1}$$

$$I_1 = I \frac{R_1 R_2}{R_1 (R_1 + R_2)} \Rightarrow I_1 = I \frac{R_2}{R_1 + R_2} \qquad (۶)$$

رابطه ۶ نشان می دهد که جریان کل در شاخه های موازی، به نسبت عکس مقاومت های شاخه ها تقسیم می شود.

I_2 نیز به ترتیب زیر بدست می آید.

MohandesYar.com

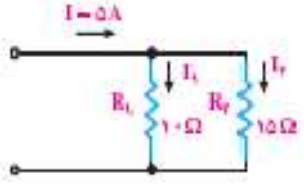
$$I_2 = \frac{E}{R_2}$$

$$I_2 = \frac{I\frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}}{R_2} = I\frac{R_1 R_2}{R_2 (R_1 + R_2)}$$

با حذف R_2 از صورت و مخرج داریم:

$$I_2 = I\frac{R_1}{R_1 + R_2} \qquad (۷)$$

مثال: شدت جریان هر شاخه از مدار شکل را بدست آورید.



رابطه جریان شاخه R_1:

$$I_1 = I\frac{R_2}{R_1 + R_2}$$

$$I_1 = \frac{۵ \times ۱۵}{۱۵ + ۱۰}$$

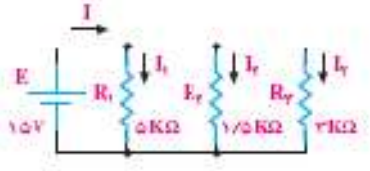
$$I_1 = \frac{۷۵}{۲۵} = ۳A$$

جریان شاخه ای R_2:

$$I_2 = I\frac{R_1}{R_1 + R_2} = ۵\frac{۱۰}{۲۵} = ۲A$$

$$I_2 = I - I_1 = ۵ - ۳ = ۲A$$

مثال: در مدار شکل زیر شدت جریان هر شاخه و شدت جریان کل را به دست آورید.



$$I_1 = \frac{E}{R_1} = \frac{۱۵V}{۵ \times ۱۰^{۳}} = ۳mA$$

$$I_2 = \frac{E}{R_2} = \frac{۱۵V}{۱/۵ \times ۱۰^{۳}} = ۱۰mA$$

$$I_3 = \frac{E}{R_3} = \frac{۱۵V}{۳ \times ۱۰^{۳}} = ۵mA$$

$$I = I_1 + I_2 + I_3$$

$$I = ۳ + ۱۰ + ۵$$

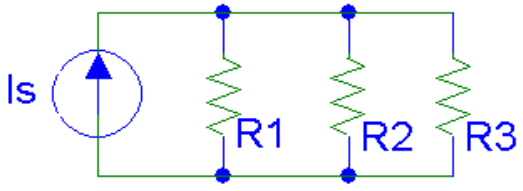
$$I = ۱۸mA$$

MohandesYar.com

مدار تقسیم کننده جریان را برای حالتی که ازترکیب یک منبع جریان و مقاومتهای موازی تشکیل شده باشد بررسی می کنیم.

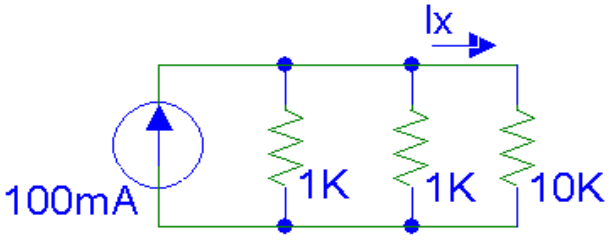
برای بدست آوردن رابطه روبرو، ابتدا ولتاژ مدار محاسبه و سپس جریان هر یک از مقاومتها بدست می آید.

منظور از G_i هدایت الکتریکی مقاومت iام و برابر با $1/R_i$ میباشد.



$$I_i = \frac{G_i}{\sum_j G_j} I_S$$

مثال: در مدار روبرو با استفاده از روابط تقسیم کننده جریان مقدار جریان i_X را بدست آورید.



با توجه به روابط گفته شده در قسمت قبل همچنین موازی بودن سه مقاومت $1K,10K,1K$ میتوان نوشت:

$$i_x=100*0.5/(0.5+10)=4.76^{mA}$$

از آنجا که دو مقاومت $1k$ با یکدیگر موازی هستند، بجای آنها مقدار $0.5K$ قرار داده شده است.

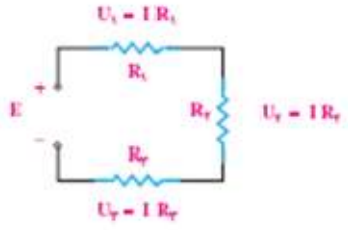
محاسبه مقاومت معادل در مدار سری:

همان گونه که در قطار با اضافه کردن واگن ها سرعت قطار کم می شود و برای ثابت نگه داشتن سرعت باید به نیروی لکومونیو افزود، در مدار سری نیز اگر یک یا چند مقاومت به مدار افزوده گردد، شدت جریان کم می شود. لذا برای ثابت نگه داشتن شدت جریان (درحد قبلی) باید به نیروی محرکه ی مدار افزود. بنابراین، در مدار سری با اضافه کردن تعداد مقاومت ها و ثابت بودن ولتاژ منبع، شدت جریان کم می شود و این نشان می دهد که مقاومت معادل با مقاومت کلِ مدار افزایش یافته است. برای محاسبه مقاومت معادل یعنی مقاومتی که می توان آن را جایگزین مجموعه ای از مقاومت ها کرد. به شرطی که در شدّت جریان مدار تغییری ندهد به صورت زیر عمل می کنیم.

مدار شکل زیر را با سه مقاومت R_3 و R_2 و R_1 در نظر می گیریم.

MohandesYar.com

در مدار سری شدت جریان در تمام نقاط مدار یکسان است.



در مدار فوق ولتاژ منبع با جمع افت ولتاژها برابر است.

رابطه آن به صورت زیر است:

$$E = U_1 + U_2 + U_3 \quad (۱)$$

با توجه به قانون اهم، داریم:

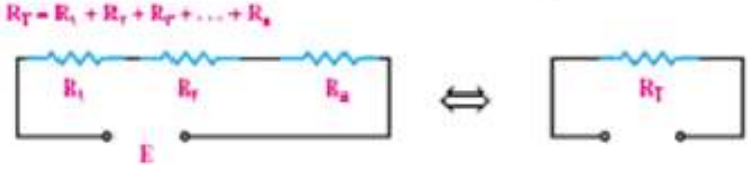
$$U_3 = IR_3 \ , \ U_2 = IR_2 \ , \ U_1 = IR_1 \ , \ E = I.R_T \quad (۲)$$

مقادیر روابط ۲ را در رابطه ۱ قرار می دهیم.

با حذف جریان ها از طرفین تساوی به رابطه مقاومت معادل می رسیم.

$$\not{I}(R_T) = \not{I}(R_1 + R_2 + R_3) \quad \boxed{R_T = R_1 + R_2 + R_3}$$

با توجه به اثبات رابطه ذکر شده، مقاومت معادل در یک مدار سری از جمع مقاومت های دهنده آن مدار به دست می آید. شکل زیر در حالت کلی رابطه فوق را برای n مقاومت نشان می دهد.



حالت خاص

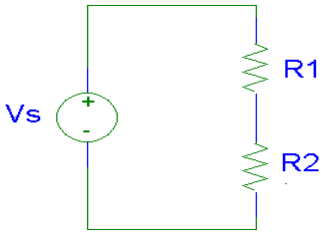
در صورتی که n مقاومت در مدار سری با هم مساوی باشند، مقاومت معادل از رابطه زیر بدست می آید. چرا؟

مدار تقسیم کننده ولتاژ:

مدار تقسیم کننده ولتاژ ازترکیب یک منبع ولتاژ و مقاومتهای سری تشکیل شده است.

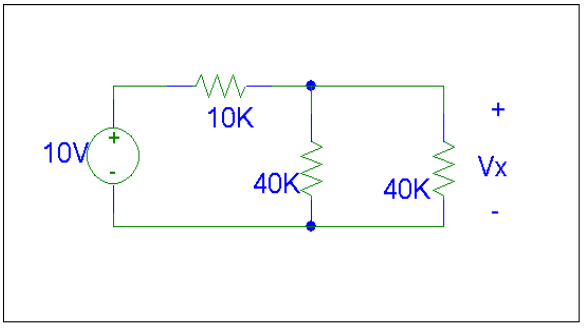
برای بدست آوردن رابطه تقسیم ولتاژ، ابتدا جریان مدار محاسبه و سپس ولتاژ هر یک از مقاومتها بدست می آید.

MohandesYar.com

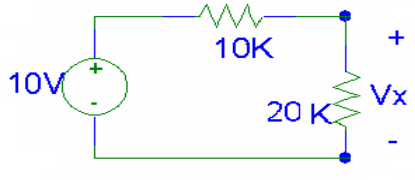


$$V_i = \frac{R_i}{\sum_j R_j} V_S$$

مثال: در مدار زیر با استفاده از روابط تقسیم کننده ولتاژ مقدار ولتاژ V_X را بدست آورید.



برای حل مسأله با توجه به موازی بودن مقاومتهای $40K$، ابتدا مداربصورت روبروساده می شود.



برای مدار جدید با استفاده از روابط تقسیم کننده ولتاژ می توان نوشت:

$$V_x=10*20/(10+20)=6.67^V$$

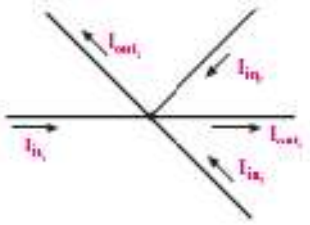
قانون جریان کیرشهف (*kirchhoff's Current law*):

در هر شبکه انشعابهای زیادی وجود دارد. محل اتصال پیش از دو شاخه از مدار را نقطه گره یا نقطه انشعاب و فاصله بین دو نقطه گره را شاخه گویند.

بر اساس قانون کیرشهف، مجموع جریان های وارد شده به هر نقطه گره با مجموع جریان های خارج شده از آن نقطه برابر است. در شکل زیر جریانهایی را که وارد گره شده اند با I_{out} نمایش داده شده است.

با توجه به قانون جریان کیرشهف، برای شکل زیر رابطه زیر را می توان نوشت:

MohandesYar.com



قانون گفته شده را این گونه نیز می توان تعریف کرد: جمع جبری جریان ها در یک گره برابر صفر است. یعنی:

در این رابطه، جریانهایی که به گره وارد می شوند مثبت و جریانهای خارج شده از گره منفی در نظر گرفته شده اند. عکس این حالت نیز صادق است.

رابطه کلی جریان کیرشهف را به صورت زیر نیز می توان نوشت:

$$\sum I=0$$

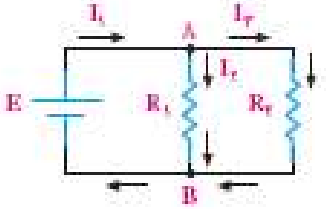
یا

مثال: در مدار شکل زیر:

۱- تعیین تعداد نقطه گره

۲- تعیین تعداد شاخه

۳- رابطه جریان در گره های A و B را تعیین کنید.



راه حل:

۱- دوگره A و B

۲- سه شاخه یعنی فاصله بین دو گره A و B از سه مسیر یعنی مسیر منبع، مسیر R_1 و مسیر R_2 تشکیل شده است.

$$\text{در گره A}\ \sum I=0 \Rightarrow I_1-I_2-I_3=0$$

۳- $$\text{در گره B}\ \sum I=0 \Rightarrow I_2+I_3-I_1=0$$

قانون ولتاژهای کیرشهف (*KVL*):

رابطه بین ولتاژهای جزء (افت ولتاژها) و ولتاژ کل را در مدار سری متذکر شدیم. اکنون تقسیم ولتاژ در مدار سری را به گونه ای دیگر بیان می کنیم.

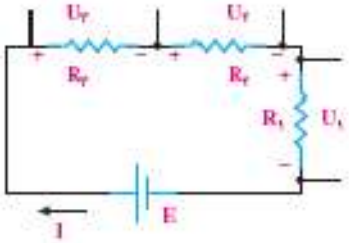
MohandesYar.com

هر مدار سری شامل تعدادی مصرف کننده (مقاومت) و یک منبع تغذیه است که به صورت یک حلقه با هم سری شده اند. بنابراین در هر حلقه جمع جبری افت ولتاژهای دو سر مقاومت ها و ولتاژ منبع تغذیه برابر صفر خواهد است؛ یعنی:

$$E-\sum_{1}^{3} U=0$$

این قانون بیان کننده قانون ولتازهای کیرشهف است.

قانون ولتاژها را به گونه ی دیگری نیز می توان بیان کرد و آن این که در هر مدار بسته، ولتاژ وارد شده به مدار برابر مجموع افت ولتاژهای موجود در مدار حلقه است$(E=\sum U)$ ؛ یعنی با توجه به شکل زیر می توان نوشت:

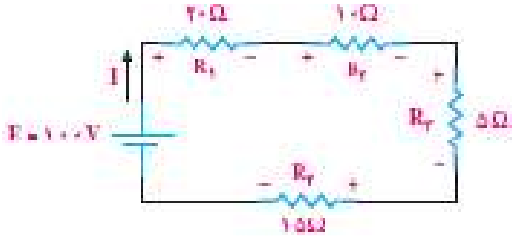


$$E-\sum U=0$$

$$E-(U_1+U_2+U_3)=0$$

$$E=U_1+U_2+U_3$$

مثال: قانون ولتازهای کیرشهف را در مدار شکل زیر بررسی کنید.



راه حل: جریان کل در مدار فوق (حلقه بسته) برابر است با

$$I=\frac{E}{R_T}$$

مقاومت معادل برابر است با:

$$R_T=R_1+R_2+R_3+R_4$$

$$=۲۰+۱۰+۵+۱۵$$

$$=۵۰$$

$$I=\frac{۱۰۰}{۵۰}=۲A$$

MohandesYar.com

ولتاژهای دو سر R_4 و R_3 و R_2 نیز با همین روش محاسبه می شود:

$$U_{R_3} = (2)(10) = 20V$$

$$U_{R_2} = (2)(5) = 10V$$

$$U_{R_4} = (2)(15) = 30V$$

قانون ولتاژهای کیرشهف در این باره می گوید که $\Sigma U = E$ است؛ یعنی:

$$E - U_{R_1} + U_{R_2} + U_{R_3} + U_{R_4}$$

$$100 = 40 + 20 + 10 + 30$$

$$100 = 100$$

یا

$$E - U_{R_1} - U_{R_2} - U_{R_3} - U_{R_4} = 0$$

انرژی ذخیره شده در خازن

میدان الکترواستاتیکی ذخیره شده در خازن، دارای انرژی خواهد بود. این انرژی به وسیله ی ولتاژ منبع که خازن را شارژ کرده است، تأمین می شود. چنانچه منبع ولتاژ را از خازن قطع کنیم، خازن در مرحله ی دشارژ قادر به بازپس دادن این انرژی است. مقدار انرژی الکتریکی ذخیره شده در یک خازن از رابطه ی زیر بدست می آید.

$$W = \frac{1}{2}CV^2$$

C ظرفیت خازنی بر حسب فاراد، V ولتاژ دو سر خازن بر حسب ولت و W مقدار انرژی ذخیره شده بر حسب ژول است.

مثال: مقدار انرژی یک خازن $1\mu F$ که باولتاژ ۴۰۰ ولت شارژ شده، چقدر است؟

راه حل:

$$W = \frac{1}{2}CV^2$$

$$W = \frac{1}{2} \times 1 \times 10^{-6} \times (400)^2$$

$$W = 0/08 \quad \text{ژول}$$

انرژی ذخیره شده در خازن شارژ شده، می تواند شوک الکتریکی تولید کند، حتی اگر به مداری بسته نشده باشد. اگر دو سر یک خازن شارژ شده را لمس کنید، ولتاژ دو سر آن در بدن یک جریان تخلیه ایجاد می نماید. انرژی

MohandesYar.com

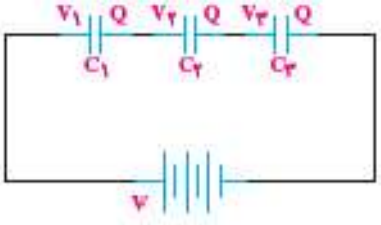
ذخیره شده ی بیشتر از یک ژول در خازن شارژ شده یا ولتاژ های زیاد می تواند شوک الکتریکی خطرناکی را سبب شود.

به هم بستن خازن ها به صورت سری و موازی:

خازن ها را بسته به نوع استفاده از آنها می توان به سه طریق سری، موازی و مختلط به هم متصل کرد.

۱- اتصال سری و محاسبه ی ظرفیت معادل:

در شکل طرز به هم بستن سری خازن ها را مشاهده می کنید. در اتصال سری، فاصله ی مؤثر بین صفحات بیشتر می شود و ظرفیت معادل مجموعه ی خازنی کاهش می یابد. همان گونه که در شکل می بینید، تنها دو صفحه ی ابتدا و انتهای خازنی که به مولد بسته شده است، از مولد بار الکتریکی دریافت می کنند و صفحه های دیگر از طریق القا دارای بار الکتریکی می شوند، بنابراین، اندازه ی بار الکتریکی همه ی خازن ها یکی است ولی اختلاف پتانسیل دو سر مجموعه برابر حاصل جمع اختلاف پتانسیل های دو سر خازن هاست، یعنی:



اتصال سری خازن‌ها

$$Q = Q_1 = Q_2 = Q_3$$

$$V = V_1 + V_2 + V_3$$

$$V = \frac{Q}{C_t}$$

$$V_1 = \frac{Q}{C_1}$$

$$V_2 = \frac{Q}{C_2}$$

$$V_3 = \frac{Q}{C_3}$$

با قرار دادن روابط بالا در رابطه ولتاژ ها، رابطه ی زیر حاصل می شود:

$$\frac{Q}{C_t} = \frac{Q}{C_1} - \frac{Q}{C_2} + \frac{Q}{C_3}$$

با حذف Q از طرفین رابطه چنین می شود:

$$\frac{1}{C_t} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}$$

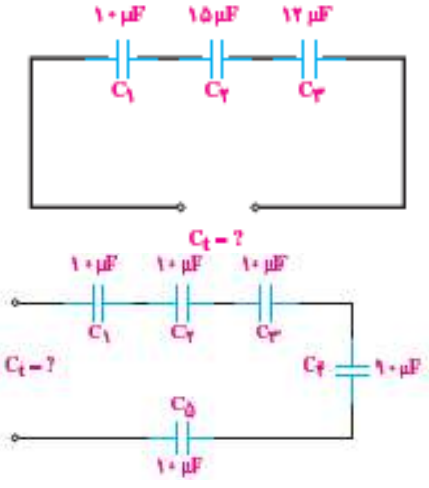
MohandesYar.com

با رابطه ی اخیر ظرفت خازن معادل را می توان محاسبه کرد.

در صورتی که خازن ها با هم مساوی باشند، رابطه ی ظرفیت خازن معادل برای n خازن چنین است:

$$C_t = \frac{C}{n}$$

مثال: ظرفیت معادل مدار شکل های زیر را بدست آورید.



راه حل:

$$\frac{1}{C_t} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}$$

$$\frac{1}{C_t} = \frac{1}{10} + \frac{1}{15} + \frac{1}{12} = \frac{6+4+5}{60} = \frac{15}{60}$$

$$C_t = \frac{60}{15} = 4\mu F$$

راه حل:

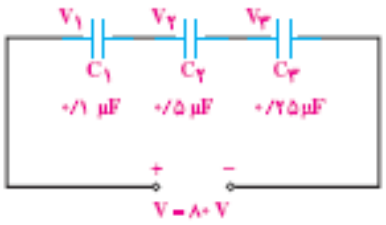
$$C_t = \frac{C}{n} = \frac{10\mu F}{5}$$

$$C_t = 2\mu F$$

افت ولتاژ دو سر خازن ها در مدار سری با ظرفیت هر خازن نسبت معکوس دارد، یعنی هرچه ظرفیت خازن کمتر باشد، مقدار ولتاژ شارژ روی آن بیشتر خواهد بود. به تعبیر دیگر، در مدار سری دو سر خازن های با ظرفیت کمتر، ولتاژ بیشتری نسبت به خازن های با ظرفیت بیشتر افت می کند.

مثال: در مدار شکل در صورتی که همه ی خازن ها شارژ کامل باشند، ولتاژ دو سر هر خازن را بدست آورید.

MohandesYar.com



راه حل:

$$\frac{۱}{C_t}=\frac{۱}{۰/۱}+\frac{۱}{۰/۵}+\frac{۱}{۰/۲۵}=\frac{۵+۱+۲}{۰/۵}=\frac{۸}{۰/۵}$$

$$C_t=\frac{۰/۵}{۸}\mu F$$

در مدار سری مقدار بار خازن ها یکسان و برابر است با

$$Q_t=Q_۱=Q_۲=Q_۳=C_tV=\frac{۰/۵\times ۸۰}{۸}=۵\mu C$$

در اینجا ولتاژ دو سر خازن ها برابر می شود با

$$V_۱=\frac{Q_۱}{C_۱}=\frac{۵}{۰/۱}=۵۰V$$
$$V_۲=\frac{Q_۲}{C_۲}=\frac{۵}{۰/۵}=۱۰V$$
$$V_۳=\frac{Q_۳}{C_۳}=\frac{۵}{۰/۲۵}=۲۰V$$

نتیجه گیری:

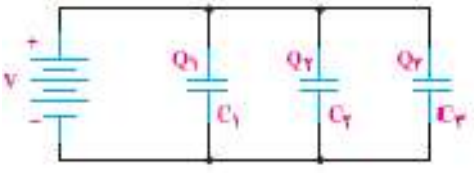
$$V=V_۱+V_۲+V_۳$$

$$V=۵۰+۱۰+۲۰=۸۰V$$

با توجه به مقادیر محاسبه شده، کاملاً مشهود است که خازن C_1 که ظرفیت کمتری دارد، شارژ بیشتری را به خود گرفته است (۵۰ ولت).

۲- به هم بستن موازی خازن ها و محاسبه مقاومت معادل:

شکل اتصال چند خازن را به طور موازی نشان می دهد. در اتصال موازی خازن ها سطح مؤثر صفحات زیادتر می شود و ظرفیت معادل افزایش می یابد.



در اتصال موازی خازن ها اختلاف پتانسیل بین دو صفحه ی همه ی آنها برابر ولتاژ منبع است ولی بار الکتریکی هر خازن با ظرفیت آن متناسب است، یعنی:

MohandesYar.com

$$Q = Q_1 + Q_2 + Q_3$$

با دانستن روابط زیر و قرار دادن در رابطه ی بالا چنین بدست می آید:

$$Q = C_t V$$

$$Q_1 = C_1 V$$

$$Q_2 = C_2 V$$

$$Q_3 = C_3 V$$

$$C_t V = C_1 V + C_2 V + C_3 V$$

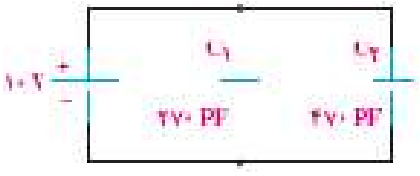
ولتاژ V را از طرفین حذف می کنیم تا ظرفیت معادل بدست آید.

$$C_t = C_1 + C_2 + C_3$$

در صورتی که خازن های موازی یکسان باشند، ظرفیت کل برای n خازن برابر است با:

$$C_t = nC$$

مثال: در مدار شکل ظرفیت کل، ولتاژ و بار دو سر هر خازن چقدر است ؟



راه حل:

ظرفیت معادل برابر است با

$$C_t = C_1 + C_2 = ۲۷۰ + ۴۷۰ = ۷۴۰ PF$$

$$V = V_1 = V_2 = ۱۰ V$$

مقدار بار هر خازن نیز به راحتی محاسبه می شود.

$$Q_1 = C_1 V = ۲۷۰ \times ۱۰^{-۱۲} \times ۱۰ = ۲/۷ \times ۱۰^{-۹} \text{ کولن}$$

$$Q_2 = C_2 V = ۴۷۰ \times ۱۰^{-۱۲} \times ۱۰ = ۴/۷ \times ۱۰^{-۹} \text{ کولن}$$

مثال: ظرفیت معادل ۱۵ خازن ۱۰۰۰میکروفارادی را به طور موازی بسته شده اند، حساب کنید.

$$C_t = nC_1$$

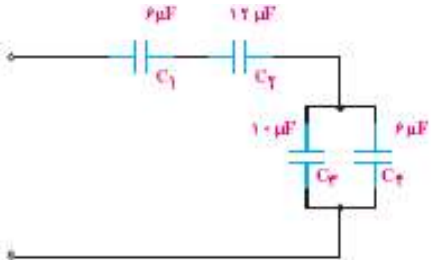
$$C_t = ۱۵ \times ۱۰۰۰ \mu F = ۱۵۰۰۰ \mu F$$

۳- اتصال مختلط خازن ها:

MohandesYar.com

در اتصال مختلط خازن ها از قوانین مربوط به اتصال سری و موازی متناسب با روش انجام شده استفاده می کنیم ؛ یعنی: ابتدا کل مجموعه را به مجموعه های جزء سری و موازی تقسیم می کنیم ؛ آن گاه معادل مجموعه های جزء را بدست می آوریم و سپس قوانین سری و موازی را درباره آنها اجرا می کنیم.

مثال: ظرفیت کل مدار شکل زیر چقدر است ؟



در این مدار C_1 و C_2 سری است که روابط سری را درباره این دو عمل می کنیم. C_3 و C_4 نیز با هم موازی اند و روابط موازی را درباره آنها عمل می کنیم. در نهایت، مجموعه C_1 و C_2 با مجموعه C_3 و C_4 سری هستند و از قوانین سری پیروی می کنند. بنابراین، می توان نوشت:

$$C_{1,2}=\frac{C_1C_2}{C_1+C_2}=\frac{۶\times۱۲}{۶+۱۲}=۴\mu F$$

$$C_{3,4}=C_3+C_4=۱۰+۶=۱۶\mu F$$

$$C_t=\frac{۴\times۱۶}{۴+۱۶}=\frac{۱۶}{۵}=۳/۲\mu F$$

البته می توانستیم ابتدا ظرفیت C_3 و C_4 را حساب کنیم و سپس ظرفیت معادل را به صورت مجموعه سه خازن سری به دست آوریم.

خصوصیات و قوانین خازن های سری در مدارهای *DC*:

۱- بار ذخیره شده در هر خازن با بار کل برابر است

۲- ولتاژ کل با مجموع ولتاژهای جزء برابر است

۳- ظرفیت کل کاهش می یابد

خصوصیات و قوانین خازن های موازی در مدارهای *DC*:

۱- ولتاژ کل با ولتاژ دو سر هر خازن برابر است

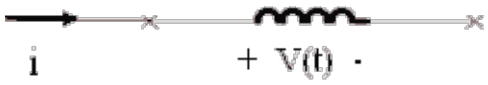
۲- بار کل با مجموع بارهای جزء برابر است

۳- ظرفیت کل افزایش می یابد

MohandesYar.com

معادله ولتاژ و جریان سلف:

سلف عنصری است دو سر که در هر لحظه از زمان رابطه مشخصی بین شار وجریان آن وجود دارد.



سلف یک ذخیره کننده انرژی مغناطیسی است وجریان آن عبارت است از

$$v(t) = \frac{d\phi(t)}{dt}$$

معادله ولتاژ جریان سلف خطی و تغییر پذیر ناپذیر با زمان به صورت زیر است:

$$\phi(t) = Li(t)$$

$$v(t) = L\frac{di}{dt}$$

$$i(t) = i(0) + \frac{1}{L}\int_0^t v(t')dt'$$

انرژی ذخیره شده در سلف

میدان الکترواستاتیکی ذخیره شده در سلف، دارای انرژی خواهد بود. این انرژی به وسیله ی جریان منبع که سلف را شارژ کرده است، تأمین می شود. چنانچه منبع ولتاژ را از سلف قطع کنیم، سلف در مرحله ی دشارژ قادر به بازپس دادن این انرژی است. مقدار انرژی الکتریکی ذخیره شده در یک سلف از رابطه ی زیر بدست می آید.

L ضریب خود القایی سلف بر حسب هانری، I جریان سلف بر حسب ولت و W مقدار انرژی ذخیره شده بر حسب ژول است.

اتصال بوبین ها به طور سری و موازی

برای دست یابی به اندوکتانس مناسب اغلب مجبوریم بوبین ها را به طور سری یا موازی ببندیم. در چنین مواردی، بدونن در نظر گرفتن اثر میدان ها بر یکدیگر، اندوکتانس کل عیناً شبیه مقاومت معادل در مدارهای سری و موازی بدست می آید.

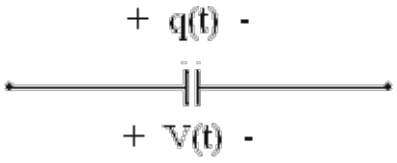
اتصال سری بوبین ها:

با توجه به معادلات بدست آمده برای خازنها برای بوبینهای سری و موازی معادلات مربوط را بدست آورید.

MohandesYar.com

معادله ولتاژ و جریان خازن:

عنصری است دو سر که رابطه مشخصی در هر لحظه از زمان میان بار الکتریکی ذخیره شده در آن و ولتاژ دو سرآن وجود دارد



خازن یک ذخیره کننده انرژی الکتریکی است و جریان آن عبارت است از :

$$i(t) = \frac{dq(t)}{dt}$$

معادله ولتاژ و جریان خازن خطی وتغییر ناپذیر با زمان به صورت زیر است:

$$q(t) = Cv(t)$$

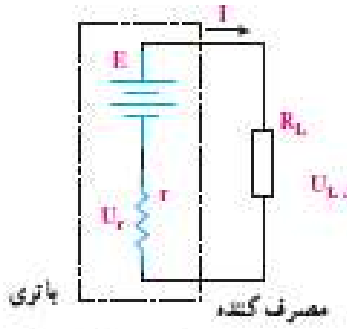
$$i(t) = C\frac{dv(t)}{dt}$$

$$v(t) = v(0) + \frac{1}{c}\int_0^t i(t')dt'$$

مقاومت داخلی باتری (پیل):

یک مولد (باتری) را در نظر می گیریم ؛ ابتدا به کمک ولت متر، ولتاژ دو سر باتری را اندازه کرده مقدار آن را یادداشت می کنیم. سپس باتری را به دوسر یک مقاومت می بندیم. بار دیگر ولتاژ دو سر باتری را اندازه می گیریم و یادداشت می کنیم. از مقایسه ولتاژها، نتیجه گیری می کنیم که ولتاژ اندازه گیری شده در مرحله دوم از ولتاژ اندازه گیری شده در مرحله اول کم تر است. در صورتی که انتظار می رفت که ولتاژ اندازه گیری شده در هر دو مرحله با هم برابر باشند. از این رو اختلاف ولتاژ اندازه گیری شده را این گونه تعبیر می کنیم که باید حتماً در داخل باتری (مولد) مقاومتی وحو داشته باشد که با عبور جریان از آن و افت مقداری از ولتاژ در دو سر مقاومت، مقاومت باتری کاهش یافته است. این مقاومت را مقاومت داخلی مولد (باتری) می گویند. مقاومت داخلی هر باتری از نظر مصرف مانند مقاومتی است که با باتری سری شده است. شکل زیر یک باتری را با مقاومت داخلی نشان می دهد. مقاومت داخلی باتری را با حرف r نمایش می دهند که همیشه با مصرف کننده سری می شود.

MohandesYar.com



مقاومت داخلی باتری

هر چه مقاومت داخلی باتری کوچکتر باشد، افت ولتاژ دو سر آن کوچک تر است و می توان آن را نادیده گرفت. با ضعیف شدن باتری، مقاومت داخلی آن زیاد می شود و در نتیجه ولتاژ و شدت جریان تولیدی باتری را کاهش می دهد.

علت کاهش ولتاژ دو سر باتری – همانگونه که در مقدمه ذکر شد– این است که مقداری از ولتاژ باتری در دو سر مقاومت داخلی افت می کند و بقیه ولتاژ آن به مصرف کننده می رسد. در مورد کاهش جریان باتری، چون مقاومت داخلی باتری به مقاومت کل مدار اضافه می شود، شدت جریان کاهش می یابد، مثلاً برای مدار شکل زیر ولتاژ و جریانی که به مصرف کننده می رسد برابر است با:

$$R_t = r + R_L$$

$$I = \frac{E}{R_t} = \frac{E}{r + R_L}$$

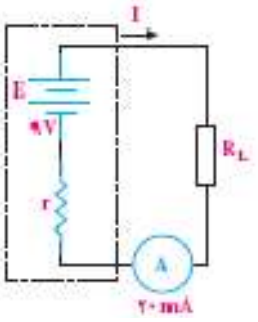
$$U_L = E - U_r = E - Ir$$

E ولتاژ باتری، U_r افت ولتاژ دوسر مقاومت داخلی و U_L افت ولتاژ دو سر بار یا مصرف کننده است. از روابط گفته شده چنین بر می آید که ولتاژی که به مصرف کننده می رسد، همیشه به اندازه افت ولتاژ دو سر مقاومت داخلی از ولتاژ باتری کم تر است. بنابراین، اگر مقاومت داخلی نسبت به مقاومت بار کوچک باشد، می توان از آن صرف نظر نمود و تأثیر آن را در مدارها نادیده گرفت. اما در صورت بزرگ بودن مقاومت داخلی، باید آن را به صورت یک مقاومت داخلی، باید آن را به صورت یک مقاومت سری شده یا مقاومت های دیگر در نظر گرفت.

مثال: در مدار شکل زیر:

الف) مقدار r و لتاژی به بار می رسد وقتی که $R_L = 300\Omega$ باشد، چقدر است؟

MohandesYar.com



ب) اگر R_L را به ۳۴۵۰ اهم افزایش دهیم ولتاژ دو سر بار و شدت جریان مدار چقدر می شود؟

راه حل:

الف: مقاومت معادل با استفاده از قانون اهم:

$$R_t = \frac{E}{I} = \frac{۹V}{۲۰mA} = ۴۵۰\Omega$$

$$R_t = r + R_L$$

$$r = R_t - R_L = ۴۵۰ - ۳۰۰ = ۱۵۰\Omega$$

$$U_L = IR_L = ۲۰mA \times ۳۰۰\Omega = ۶V$$

در بار $R_L = 300\Omega$ از ولتاژ باتری فقط ۶ ولت به بار می رسد و ۳ ولت دو سر مقاومت داخلی افت می کند.

ب: با معلوم شدن مقاومت داخلی، مقاومت کل برابر است با:

$$R_t = r + R_L = ۱۵۰\Omega + ۳۴۵۰\Omega = ۳۶۰۰\Omega$$

شدت جریانی که در این حالت از مدار می گذرد، برابر است با $I = \frac{E}{R_t}$

$$I = \frac{۹V}{۳۶۰۰\Omega} = ۲/۵mA$$

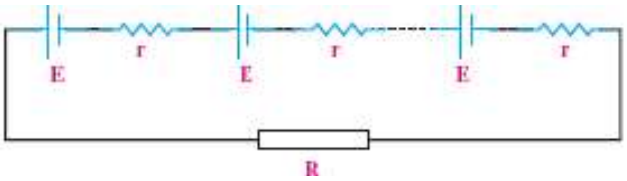
$$U_L = I.R_L = ۲/۵mA \times ۳۴۵۰\Omega = ۸/۶۲۵V$$

در این حالت با اضافه شدن R_L ولتاژ بیشتری به بار می رسد ($8/625V$) و ولتاژ کمتری در دو سر مقاومت داخلی افت می کند. ($0/375V$).

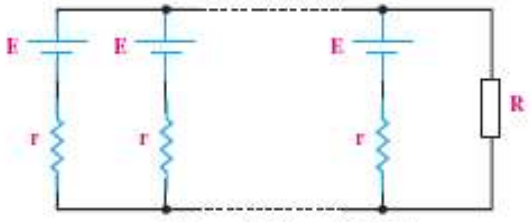
از مثال ذکر شده نتیجه می گیریم که اگر مقاومت مصرف کننده نسبت به مقاومت داخلی مولد خیلی بزرگتر باشد، از مقاومت داخلی می توان صرف نظر کرد. در صورتی که چند باتری کاملاً مشابه با مقاومت داخلی معین را با مصرف کننده (مطابق شکل) سری یا موازی ببندیم، شدت جریان کل مدار به ترتیب از روابط زیر بدست می آید.

MohandesYar.com

سری $I=\frac{nE}{nr+R}$



موازی $I=\frac{E}{\frac{r}{n}+R}$



اتصال باتری‌ها با مقاومت داخلی به صورت سری و موازی

شکل موجهای اساسی به کار رفته در مدارهای الکتریکی:

۱- مقدار ثابت:

$f(t) = K$

۲- تابع سینوسوئید:

$f(t) = A\ Cos\ (\omega\ t + \Phi)$

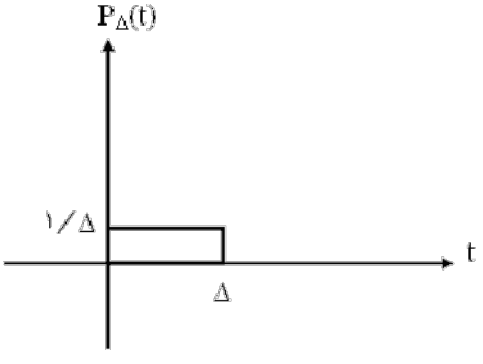
۳- تابع پله ای واحد

$$u(t)=\begin{cases}1 & ,t>0\\ 0 & ,t<0\end{cases}$$

۴- تابع پالس

$$P_\Delta(t)=\frac{1}{\Delta}u(t)-\frac{1}{\Delta}u(t-\Delta)$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty}P_\Delta(t)dt=1$$



MohandesYar.com

۵- تابع ضربه واحد

$$\delta(t) = Lim \quad P_{\Delta}(t) = \frac{d}{dt}u(t)$$
$$\Delta \to 0$$

$$\delta(t) = \begin{cases} 0 & t \neq 0 \\ \infty & t = 0 \end{cases}$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \delta(t)dt = \int_{0}^{0+} \delta(t)dt = 1$$

نکته: ویژگی غربالی تابع ضربه واحد

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(t)\delta(1-\tau)dt = f(\tau)$$

۶- تابع شیب واحد

$$r(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} u(\lambda)d\lambda \Rightarrow \frac{d}{dt}r(t) = u(t)$$

۷- تابع دوبلت واحد : مشتق تابع ضربه واحد

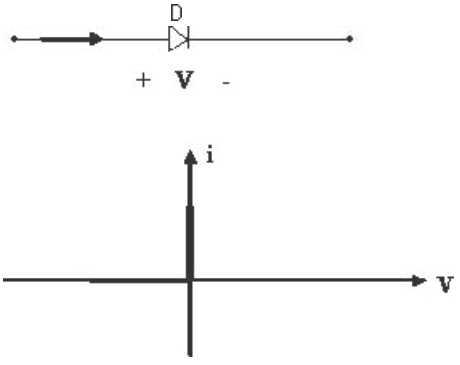
$$\delta'(t) = \frac{d}{dt}\delta(t) = \begin{cases} 0 & t \neq 0 \\ 1 & t = 0 \end{cases}$$

دیود:

دیودها جریان الکتریکی را در یک جهت از خود عبور می‌دهند و در جهت دیگر در مقابل عبور جریان از خود مقاومت بالایی نشان می‌دهند. به بیان دیگر،دیود یک مقاومت غیر خطی است که مشخصه ولتاژ جریان آن در حالت ایده آل بصورت زیر می باشد. این خاصیت آنها باعث شده بود تا در سالهای اولیه ساخت این وسیله الکترونیکی ، به آن دریچه یا *Valve* هم اطلاق شود. از لحاظ الکتریکی یک دیود هنگامی عبور جریان را از خود ممکن می‌سازد که شما با برقرار کردن ولتاژ در جهت درست (+ به آند و - به کاتد) آنرا آماده کار کنید. مقدار ولتاژی که باعث

MohandesYar.com

می‌شود تا دیود شروع به هدایت جریان الکتریکی نماید ولتاژ آستانه یا *(forward voltage drop)* نامیده می‌شود که چیزی حدود ۰.۶ تا ۰.۷ ولت می‌باشد.



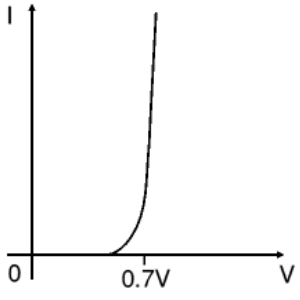
دیود خاموش است اگر: $V<0 ==> i=0$

دیود روشن است اگر: $V>0 ==> i=0$

ولتاژ معکوس:

هنگامی که شما ولتاژ معکوس به دیود متصل می‌کنید (+ به کاتد و - به آند) جریانی از دیود عبور نمی‌کند، مگر جریان بسیار کمی که به جریان نشتی یا *Leakage* معرف است که در حدود چند μA یا حتی کمتر می‌باشد. این مقدار جریان معمولاً در اغلب مدارهای الکترونیکی قابل صرفنظر کردن بوده و تأثیر در رفتار سایر المانهای مدار نمی‌گذارد. اما نکته مهم آنکه تمام دیودها یک آستانه برای حداکثر ولتاژ معکوس دارند که اگر ولتاژ معکوس بیش از آن شود دیود می‌سوزد و جریان را در جهت معکوس هم عبور می‌دهد. به این ولتاژ آستانه شکست یا *Breakdown* گفته می‌شود.

دسته بندی دیودها:



در دسته بندی اصلی ، دیودها را به سه قسمت اصلی تقسیم می‌کنند، دیودهای سیگنال *(Signal)* که برای آشکار سازی در رادیو بکار می‌روند و جریانی در حد میلی آمپر از خود عبور می‌دهند، دیودهای یکسو کننده *(Rectifiers)* که برای یکسو سازی جریانهای متناوب بکار برده می‌شوند و توانایی عبور جریانهای زیاد را دارند و بالاخره دیودهای زنر *(Zener)* که برای تثبیت ولتاژ از آنها استفاده می‌شود .

MohandesYar.com

اختراع دیود پلاستیکی *(plastic diode)* :

محققان فیزیک دانشگاه اوهایو *(Ohio State University)* توانستند دیود تونل پلیمری اختراع کنند. این قطعه الکترونیکی منجر به ساخت نسل آینده حافظه‌های پلاستیکی کامپیوتری و چیپهای مدارات منطقی خواهد شد. این قطعات کم مصرف و انعطاف پذیر خواهند بود. ایده اصلی از سال ۲۰۰۳ که یک دانشجوی کارشناسی دانشگاه اوهایو ، سیتا اسار ، شروع به طراحی سلول خورشیدی پلاستیکی نمود بوجود آمد. تیم پژوهشی توسط پاول برگر *(Paul Berger)*، پروفسور الکترونیک و مهندسی کامپیوتر و همچنین پروفسور فیزیک دانشگاه اوهایو رهبری می‌شود.

پرسش و پاسخ:

۱- برای اینکه الکتریسیته کار انجام دهد چه پدیده باید بوجود آید؟

ج- الکترون ها باید جریان پیدا کنند یا جاری شوند. جریان الکتریکی ایجاد شود.

۲- جریان الکتریسیته چیست؟

ج- جاری شدن الکترون ها در یک رسانا را جریان الکتریسیته می گویند. جریان الکتریسیته را با i نمایش می دهیم و واحد اندازه گیری آن آمپر می باشد.

۳- عامل ایجاد جریان الکتریسیته چیست؟

ج- ولتاژ. البته باید دو سر منبع تغذیه حداقل توسط یک سیم به هم متصل شوند.

۴- فرمول جریان الکتریسیته را نوشته و شرح دهید؟

ج- $i = \frac{q}{t}$. شرح: یک آمپر(جریان) عبارت است از عبور یک کولن بار الکتریکی ($6/28 \times 10^{18} e$) در واحد زمان از یک نقطه هادی.

۵- جهت حرکت الکترون ها در مدار چگونه است؟

ج- در عمل جهت الکترون ها از قطب منفی به سمت مثبت است. زیرا همان گونه که در مدار اتم حضور دارند و پروتون ها به دلیل قرار گرفتن در هسته قادر به جابجایی نیستند، اما به صورت قرار دادن جهت حرکت یا به عبارت صحیح تر جهت جریان از سمت مثبت به منفی در نظر گرفته می شود.

۶- اجزای اصلی یک مدار الکتریکی را نام ببرید ؟

ج- منبع، ولتاژ، سیم های رابط و مصرف کننده

MohandesYar.com

۷- هدایت مخصوص الکتریکی را تعریف کنید؟

ج- قابلیت هدایت سیمی به طول یک متر و سطح مقطع یک میلی متر مربع را هدایت مخصوص می گویند و با حرف یونانی κ نشان می دهند و واحد آن $m/(\Omega mm\hat{}2)$ است که به آن زیمنس s یا مهو ν می گویند.

۸- مقاومت مخصوص را تعریف کنید ؟

ج- مقاومت سیمی به طول یک متر و سطح مقطع یک میلیمتر مربع مقاومت مخصوص می گویند و با حرف یونانی ρ نشان می دهند. مقاومت مخصوص عکس هدایت مخصوص است. $\rho = 1/\kappa$ واحد آن نیز $(\Omega mm\hat{}2)/m$ می باشد.

۹- عوامل مؤثر بر مقاومت یک سیم کدام است؟

ج- سطح مقطع، طول، دما

۱۰- اثر سطح مقطع و طول را بر مقاومت سیم بنویسید.

ج- هرچه سطح مقطع یک جسم افزایش یابد، مقاومت آن کم می شود و هرچه طول افزایش یابد، مقاومت افزایش می یابد.

۱۱- طول یک سیم دو برابر و سطح مقطع آن نصف شده. مقاومت آن چه تغییری می کند؟

ج- مقاومت آن ۴ برابر می شود.

۱۲- طول یک سیم مسی نصف و سطح مقطع دو برابر شده، مقاومت آن چه تغییری می کند؟

ج- مقاومت آن $\frac{1}{4}$ می شود.

۱۳- فلزاتی که در اثر افزایش دما مقاومتشان افزایش می یابد، چه نامیده می شوند؟

ج- PTC

۱۴- فلزاتی که با افزایش دما مقاومتشان کم می شود، چه نامیده می شوند؟

ج- NTC

۱۵- رابطه تغییر دما بر مقاومت را بنویسید.

ج- $R_t = R_o(1 + \alpha t)$ و $R_t1/R_t2 = (1 + \alpha t_1)/(1 + \alpha t_2)$

۱۶- مقاومت یک سیم مسی در صفر درجه صد اهم است. اگر دما به ۲۵۰ سانتی گراد برسد، مقاومت سیم چقدر می شود؟ ضریب حرارتی سیم ۰/۰۰۰۴ در نظر گرفته شود.

ج- $R_t = R_o\,(1 + \alpha t) \Longrightarrow R_t = 100(1 + 0/0004 \times 250) = 200\Omega$

۱۷- مقاومت از نظر کاربرد چند گروه اند؟

MohandesYar.com

ج- دو گروه مقاومت های ثابت و مقاومت های متغیر که آنها نیز خود دو گروه اند: مقاومت های زبانه دار و مقاومتهای قابل تنظیم.

۱۸- رئوستا چیست؟ با رسم شکل شرح دهید.

ج- هرگاه کنتاکت متغیر یک مقاومت متغیر به مصرف کننده وصل شود و سر ثابت آن به منبع تغذیه وصل شود این مقاومت متغیر را رئوستا می نامند. از رئوستا جهت تغییر جریان در مدار استفاده می شود. مانند ولوم ضبط صوت.

۱۹- پتانسیومتر چیست؟

ج- هرگاه ترمینال ثابت مقاومت متغیر به منبع تغذیه متصل شود و ترمینال متغیر آن به مصرف کننده متصل شود، مقاومت متغیر پتانسیومتر نامیده می شود. از پتانسیومتر جهت تغییر ولتاژ مدار استفاده می شود. مانند پدال چرخ خیاطی و دیمر.

۲۰- قانون اهم را بنویسید ؟

ج- این قانون ارتباط بین سه کمیت جریان، ولتاژ و مقاومت را بیان می کند. می گوید ولتاژ با جریان و مقاومت رابطه ی مستقیم دارد.

۲۱- توان را تعریف کنید ؟

ج- کار انجام شده در واحد زمان $P = \frac{W}{t}$

** نکته: توان را به P و واحد آن W وات، اسب بخار یا قوه بخار را با H_P نشان می دهند.

۲۲- کار الکتریکی را تعریف و واحد آن را بنویسید ؟

ج- واحد کار الکتریکی ژول است و آن مقدار کاری است که اختلاف پتانسیل یک ولت برای جابجایی یک کولن الکتریسیته انجام می دهد. رابطه ی کار عبارت است از $W = q \times U \Longrightarrow W = i.t.U$

۲۳- رابطه توان الکتریکی را بنویسید ؟

ج- $P = U \times i \Longrightarrow P = R \times i^2 \Longrightarrow P = \frac{U^2}{R}$

۲۴- توان مکانیکی با چه نمادی نمایش می دهند و واحد آن چیست ؟ و با توان الکتریکی چه رابطه ای دارد؟

ج- توان مکانیکی را با p نمایش می دهند و واحد آن قوه اسب یا اسب بخار H_P است. هر ۷۳۶ وات برابر یک اسب بخار است.

۲۵- توان تلف شده چیست؟

مهندس یار
MohandesYar.com

ج- باید توجه داشت که تمام انرژی داده شده به یک سیستم به انرژی مفید تبدیل نمی شود، مقدار از انرژی داده شده صرف غلبه بر عکس العمل های سیستم می شود. مثلاً در مدارهای الکتریکی مقداری از انرژی در سیم های رابط تلف می شود. اما مورد مصرف ما نیست، تلفات گفته می شود.

۲۶- توان مجاز را تعریف کنید؟

ج- توان مجاز نشان دهنده حداکثر جریانی است که می تواند از مدار عبور کند، بدون اینکه اجراء مدار آسیب ببیند.

۲۷- خصوصیات مدار سری را بنویسید.

ج- ۱- شدت جریان در تمام نقاط مدار یکسان است. به عبارت دیگر فقط یک مسیر برای عبور جریان وجود دارد و برابر است با $i_t = i_1 = i_2 = i_3 = i_n$ و ۲- مقاومت کل با معادل از جمع مقاومت های جزء بدست می آید $R_t = R_1 + R_2 + R_3 + \cdots + R_n$ و ۳- ولتاژ کل یا منبع مقاومت ها بین آنها تقسیم می شود. دیگر ولتاژ منبع برابر است با جمع افت ولتاژهای مدار $U_t = u_1 + u_2 + u_3 + \cdots + u_n$ و ۴- توان کل برابر است با جمع توان تک تک مصرف کننده ها $P_t = p_1 + p_2 + p_3 + \cdots + p_n$

۲۸- قانون ولتاژ ها و جریان های کیرشهف چه می گوید؟

ج- در هر حلقه جمع جبری افت ولتاژهای دو سر مقاومت ها و ولتاژ منبع تغذیه برابر صفر است $\sum U = 0$.در نقطه اتصال (گره) جریان های ورودی به آن نقطه با جریان های خروجی از آن برابرند $\sum i = 0$.

۲۹- فرمول محاسبه مقاومت معادل را در اتصال سری و موازی بنویسید.

ج- سری $R_t = R_1 + R_2 + R_3 + \cdots + R_n$ و موازی $\frac{1}{R_t} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \cdots + \frac{1}{R_n}$

*** تذکر: ۱- اگر مقاومت ها در مدار موازی دوتایی بودند، حاصل ضرب تقسیم بر حاصل جمعشان $R_t = \frac{R_1 \times R_2}{R_1 + R_2}$ و ۲- اگر مقاومت ها چند تا و باهم برابر بودند $R_t = \frac{R}{n}$

۳۰- مهم ترین علت تخلیه باتری بدون استفاده در طول زمان چیست؟

ج- مقاومت داخلی باتری ترکیب مدار شیمیایی.

۳۱- برای افزایش میزان جریان دهی باتری ها (آمپر ساعت) باتری ها را چگونه اتصال می دهند؟

ج- موازی

۳۲- برای افزایش ولتاژ باتری پیل ها را چگونه باید اتصال داد؟

ج- سری

MohandesYar.com

۳۳- یک باتری ۱۰ ولت با میزان جریان دهی ۱ آمپر ساعت برای تغذیه یک مقاومت ۱۰۰ اهمی استفاده کرده ایم، این باتری چه مدت در این مدار کار می کند؟

ج- $i = \frac{U}{R} = \frac{10}{100} \Longrightarrow i = \frac{0}{1A} \Longrightarrow \frac{1Ah}{\frac{0}{1A}} = 10h$

۳۴- اندوکتانس چیست؟

ج- ضریبی است که توسط آن می توان نیروی محرکه ی القایی را محاسبه کرد و به شکل و خصوصیات فیزیکی هادی بستگی دارد.

۳۵- عوامل مؤثر بر ضریب خود القایی یا اندوکتانس یک سلف کدامند؟

ج- ۱-جنس هسته ۲- عوامل فیزیکی شامل تعداد دور سیم پیچ طول سیم پیچ و سطح مقطع هسته.

۳۶- اندوکتانس را با چه علامتی نمایش می دهند و واحد آن چیست؟

ج- با L نمایش می دهند و واحد آن هانری H.

۳۷- اثر سلف بر منحنی جریان و ولتاژ آن چیست؟

ج- در سلف ولتاژ ۹۰ درجه از جریان جلوتر است یا به عبارتی دیگر جریان ۹۰ در جه از ولتاژ عقبتر است.

۳۸- ثابت زمانی را تعریف کنید؟

ج- مدت زمانی که طول می کشد که جریان در سلف ۶۳/۲ درصد مقدار ماکزیمم و مینیمم خود برسد ثابت زمانی گفته می شود و با حرف τ نمایش داده می شود .

۳۹- چند ثابت زمانی طول می کشد تا جریان سلف به مقدار ماکزیمم یا مینیمم خود برسد ؟ منحنی های ثابت زمانی را نیز رسم کنید.

ج- پنج ثابت زمانی.

۴۰- اگر سلف ها باهم موازی شوند ضریب خود القایی کل (اندوکتانس کل یا معادل) چگونه محاسبه می شود؟

ج- فرمول ها بدون در نظر گرفتن کوپلاژ مغناطیسی

سری $L_t = l_1 + l_2 + l_3 + \cdots + l_n$ و موازی $\frac{1}{L_t} = \frac{1}{l_1} + \frac{1}{l_2} + \frac{1}{l_3} + \cdots + \frac{1}{l_n}$ و دوتایی موازی $L_t = \frac{l_1 \times l_2}{l_1 + l_2}$ و چند تایی موازی و باهم برابر $L_t = \frac{l}{n}$

۴۱- انرژی ذخیره شده در سلف چگونه محاسبه می شود؟

ج- $W = \frac{1}{2}Li^2$

۴۲- خازن چیست؟

ج- خازن وسیله ای الکتریکی است که در مدارها اثر خازنی ایجاد می کند و اثر خازنی عبارت است از خاصیتی که باعث می شود مقداری انرژی الکتریکی در یک میدان الکترواستاتیک ذخیره شده و بعد از مدتی آزاد گردد.

MohandesYar.com

۴۳- ساختمان خازن از چه اجزایی تشکیل شده است؟

ج- دو صفحه هادی که بین آنها عایق (دی الکتریک) قرار دارد.

۴۴- ظرفیت خازن را تعریف و واحد آن را بنویسید؟

ج- میرایی توانایی ذخیره کردن بار الکتریکی توسط خازن را ظرفیت خازن گفته با حرف c نمایش می دهیم و واحد آن میکروفاراد یا پیکوفاراد است و از رابطه ی $c = \frac{q}{V}$ بدست می آید. Q بار الکتریکی بر حسب کولن و V ولتاژ دوسر خازن و C ظرفیت خازن بر حسب فاراد f است.

۴۵- عوامل مؤثر بر ظرفیب خازن کدام اند؟ اثر هرکدام را بنویسید.

ج- ۱-مساحت صفحات. هرچه سطح صفحات بیشتر باشد، ظرفیت خازن بیشتر است. ۲- فاصله بین صفحات(صفحات دی الکتریک) ظرفیت خازن با فاصله بین صفحات نسبت عکس دارد. یعنی هرچه فاصله کمتر، ظرفیت بیشتر.۳- جنس دی الکتریک به کار رفته بعضی از مدارها عایق ظرفیت زیادی ایجاد می کند و در بعضی کم.

۴۶- ثابت دی الکتریک چیست ؟ رابطه ی آن را بنویسید.

ج- جنس دی الکتریک ها بر ظرفیت خازن اثر دارد. لذا خواص دی الکتریکی مواد باید مورد توجه قرار گیرد. خواص دی الکتریک مواد نسبت به هوا سنجیده می شود. ثابت دی الکتریک را با ε نمایش می دهند. ثابت دی الکتریک هوا و ثابت دی الکتریک مواد دیگر را با ε_t نمایش داده و از فرمول زیر بدست می آید. در این رابطه ظرفیت ثابتی است که نشان می دهد خاصیت دی الکتریک هر ماده برابر هوا است. مثلاً ضریب دی الکتریک هوا یک، برای کاغذ آغشته به پارافین ۲/۵ و برای میکا ۵،برای روغن ۴ و برای سرامیک ۱۲۰۰ است.

۴۷- ارتباط ظرفیت خازن با مساحت صفحات حاصله بین آنها و فاصله صفحات را بنویسید؟

ج- $C = \frac{\varepsilon A}{d}$

۴۸- اثر حرارتی بر خازن چیست؟

ج- تغییرات حرارتی می تواند باعث تغییر ظرفیت حرارتی منفی باشد، کاهش می یابد.

۴۹- مفهوم نشت در خازن چیست؟

ج- در الکتریک مواد استفاده در خازن ها باید از عبور هرگونه جریان بین صفحات جلوگیری کند. مگر در موقعی که به دلیل ولتاژ بسیار زیاد مولکول های دی الکتریک شکسته شوند، در این حالت گفته می شود خازن دچار نشتی شده است.

۵۰- ولتاژ شکست در خازن چیست؟

ج- ولتاژی که باعث نشت می شود، ولتاژ شکست گفته می شود.

MohandesYar.com

۵۱- جریان نشتی در خازن چیست؟

ج- جریان که در هنگام شکست از خازن عبور می کند.

۵۲- ثابت زمانی در خازن چیست؟

ج- مدت زمانی که طول می کشد تا خازن به مقدار ۶۳/۲ درصد مقدار حداکثر ولتاژ شارژ شود را ثابت زمانی می گویند. هر خازن ۵ ثابت زمانی طول می کشد تا شارژ یا دشارژ شود. ثابت زمانی از فرمول $\tau = RC$ بدست می آید.

۵۳- انرژی ذخیره شده در خازن از کدام رابطه بدست می آید؟

ج- $W = \frac{1}{2}CV^2$

۵۴- انواع خازن از نظر کاربرد؟

ج- ثابت و متغیر.

۵۵- انواع خازن ثابت کدامند؟

ج- انواع خازن از نظر جنس الکتریکی، خازن های میکا، خازن های سرامیکی، خازن های الکترونیکی و خازن های روغنی

*** تذکر: خازن های الکترولیتی را هم با مایع الکترولیت و هم با الکترولیت خشک می سازند.

۵۶- انواع خازن متغیر کدامند؟

ج- خازن های هوا و خازن های تریمر.

۵۷- فرمول مربوط به اتصال خازن به صورت سری و موازی را بنویسید؟

ج- سری $\frac{1}{C_t} = \frac{1}{c_1} + \frac{1}{c_2} + \frac{1}{c_3} + \cdots + \frac{1}{c_n}$ و موازی $C_t = c_1 + c_2 + c_3 + \cdots + c_n$ و سری دوتایی $C_t = \frac{c_1 \times c_2}{c_1 + c_2}$ و سری چند تایی برابر باهم $C_t = \frac{c}{n}$

۵۸- فرمول یا رابطه بین ولتاژ دوسر خازن را نوشته و منحنی و بردار آن را رسم کنید؟

ج- در خازن جریان ۹۰ درجه نسبت به ولتاژ پیش فاز است.

۵۹- سه کاربرد مهم خازن در برق قدرت الکتروتکنیک؟

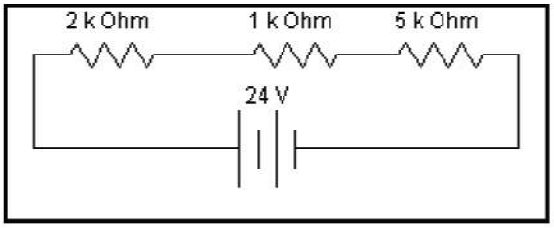
ج- ۱- اصلاح ضریب قدرت ۲- راه اندازی موتورها ۳- به عنوان جرقه گیر و پارازیت گیر

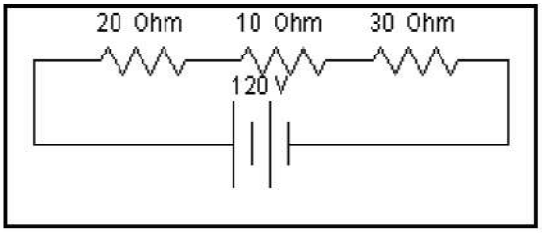
تمارین:

۱- در مدارات زیر مقدار مجهول را بدست آورید ؟

MohandesYar.com

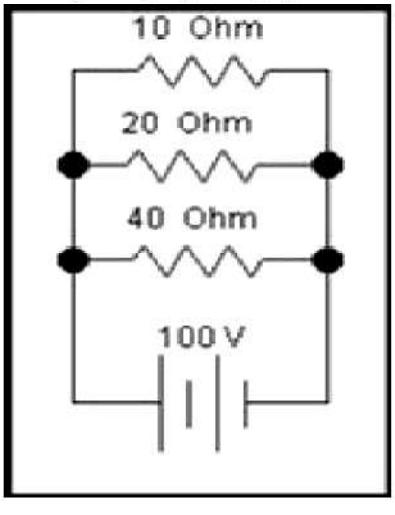
$P_t = ?$ و $U_{R2} = ?$ و $I_t = ?$ و $R_t = ?$





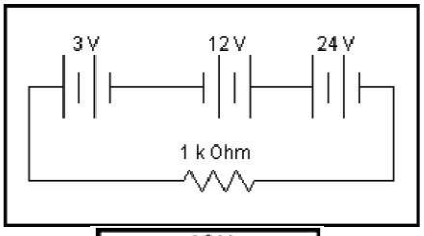
۲- در مدارات زیر مقدار مجهول را بدست آورید؟

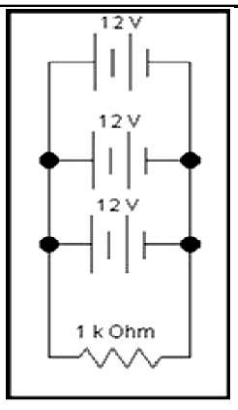
$P_t = ?$ و $R_t = ?$ و $I_t = ?$



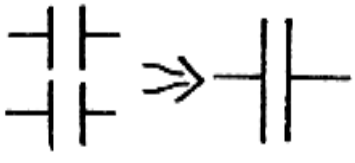
MohandesYar.com

۳- ولتاژ باتری زیر چقدر است؟





۴- دو خازن مشابه، مطابق شکل به هم وصل شده اند و یک خازن بزرگتر تشکیل داده اند. در این صورت:



الف) ولتاژ خازن دو برابر می شود

ب) بار خازن دو برابر می شود

ج) هم ولتاژ و هم بار خازن دو برابر می شود

د) هیچکدام دو برابر نمی شوند.

۵- یک لامپ روشنایی و یک باتری مدار الکتریکی تشکیل می دهند. جریان:

الف) از باتری خارج و به لامپ وارد می شود.

ب) هم از باتری و هم از لامپ روشنایی عبور می کند

۶- دو لامپ روشنایی به صورت متوالی به یک باتری وصل شده اند. جریانی که این دو لامپ می کشند:

الف) از جریانی که یک لامپ می کشد کمتر است

ب) برابر جریانی است که یک لامپ می کشد

ج) بیشتر از جریانی است که یک لامپ می کشد

MohandesYar.com

۷- دو لامپ روشنایی به صورت موازی به یک باتری وصل شده اند. جریانی که این دو لامپ می کشند:

الف) کمتر از جریانی است که یک لامپ می کشد

ب) برابر جریانی است که یک لامپ می کشد

ج) بیشتر از جریانی است که یک لامپ می کشد

۸- کدام یک از دو لامپ زیر رشته ی ضخیم تری دارند؟

الف) لامپ روشنایی ۴۰ واتی

ب) لامپ روشنایی ۱۰۰ واتی

۹- چند آمپر جریان از یک لامپ ۶۰ واتی که به برق ۱۲۰ ولت وصل است، می گذرد؟

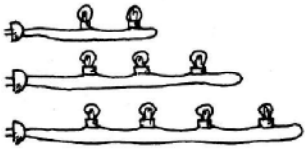
الف)۱/۴

ب)۱/۲

ج)۲

د)۴

۱۰- هرچه تعداد لامپ های روشنایی در این شکل اضافه شود، توانی که می کشد؟

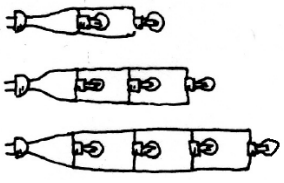


الف) افزایش می یابد

ب)کاهش می یابد

ج) ثابت می ماند

۱۱- هر چه تعداد لامپ های روشنایی در این شکل اضافه شود، توانی که می کشد ؟



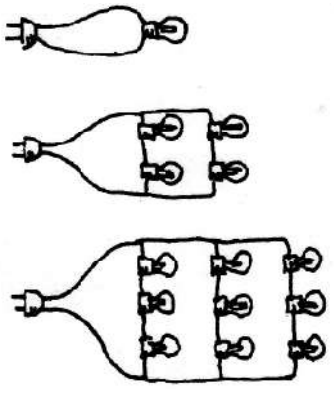
الف) افزایش می یابد

ب)کاهش می یابد

ج) ثابت می ماند

MohandesYar.com

۱۲- هرچه تعداد لامپ های روشنایی در این شکل اضافه شود، توانی که می کشد؟



الف) افزایش می یابد

ب)کاهش می یابد

ج) ثابت می ماند

MohandesYar.com

مفاهیم:

پیش از اینکه وارد مباحث پیچیده تر و تکنیکی تر شویم در این فصل با مرور چند پرسش و پاسخ به بررسی مفاهیم حاکم بر مدارهای الکتریکی و نکاتی که در فصل قبل مرور کردیم می پردازیم.

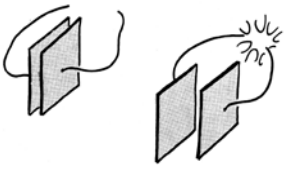
سؤال:

۱- خازن ساده ای را در نظر بگیرید که از یک زوج صفحه رسانای نزدیک به هم ساخته شده است. فرض کنید که بار صفحات + و- است و این بار با تولید یک جرقه تخلیه می شود. سپس این صفحات دوباره دقیقاً به اندازه دفعه پیش باردار می شوند، منتهی بعد از باردار شدن آنها را کمی از هم دور می کنند. اگر در این وضعیت باز هم دو صفحه را به کمک یک سیم به هم وصل کنیم جرقه تولید شده:

الف: بزرگتر از جرقه پیشین خواهد بود (مقدار بیشتری انرژی آزاد خواهد کرد)

ب: کوچکتر از جرقه پیشین خواهد بود

ج: برابر با جرقه پیشین خواهد بود

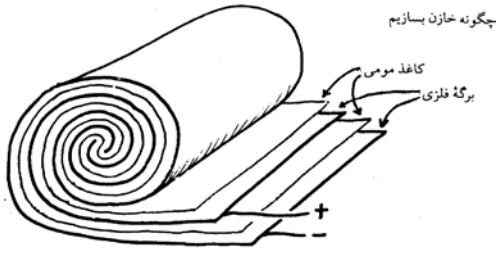


پاسخ: گزینه (الف) پاسخ صحیح است. در این صورت انرژی لازم برای تولید جرقه بزرگتر از کجا می آید ؟ این انرژی اضافی ناشی از کاری است که برای دور کردن صفحات مثبت و منفی از یکدیگر انجام می شود. اما با دور کردن صفحات مثبت و منفی از همدیگر هیچ نوع باری به خازن اضافه نمی شود. در عوض کاری که برای غلبه بر جاذبه متقابل دو صفحه با بار ناهمنام هنگام دور کردن آنها از یکدیگر انجام می شود به میدان الکتریکی میان دو صفحه افزوده می شود. در این حالت می گوییم ولتاژ میان دو صفحه افزایش یافته است. ولتاژ عبارت است از اختلاف پتانسیل انرژی الکتریکی، درست مثل اختلاف پتانسیل انرژی گرانشی وابسته به اجسام سقوط کننده. در این مورد، الکترون ها از صفحه منفی به صفحه مثبت سقوط می کنند. بنابراین اگر اختلاف میان صفحات بیشتر باشد الکترون ها مسافت بیشتری سقوط می کنند و در این صورت اختلاف پتانسیل بیشتری وجود دارد. راه دیگر بیان موضوع این است که بگوییم با دور کردن صفحات، ظرفیت خازن کم می شود اما مقدار بار ثابت می ماند و در نتیجه ولتاژ افزایش می یابد. اما این بیان یک موضوع با دو عبارت مختلف است.

خازن مثل مقاومت یا باتری نیست. خازن اجازه نمی دهد که بار الکتریکی از میان آن عبور کند، زیرا صفحات رسانا از هم فاصله دارند، بنابراین با مقاومت تفاوت دارد. خازن جریان الکتریکی تولید نمی کند ؛ بلکه خازن را باید باردار کرد. بنابراین خازن با مولد جریان برق که بدون باردار شدن، جریان الکتریکی تولید می کند تفاوت دارد.

MohandesYar.com

خازن مثل باتری نیست که ولتاژ ثابتی میان دو سر آن وجود داشته باشد، خازن باردار می شود و بنابراین می تواند ولتاژهای متفاوتی داشته باشد. خازن انبار انرژی الکتریکی است.



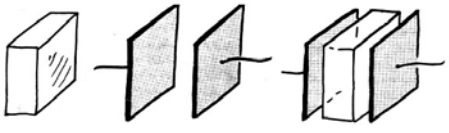
سؤال:

۲- فضای میان صفحات خازن ممکن است با هوا، شیشه، پلاستیک، کاغذ مومی، یا روغن پر شده باشد. در زمان بنجامین فرانکلین، خازن ها همان بطری های لیدن بودند (شما اکنون فیزیک دویست سال پیش را مطالعه می کنید). اگر یک خازن شیشه ای را باردار کنیم و قبل از تخلیه خازن، شیشه میان صفحات را برداریم جرقه حاصل:

الف) بزرگتر از جرقه ای است که با وجود شیشه تولید می شود.

ب) کوچکتر از جرقه ای است که با وجود شیشه تولید می شود.

ج) برابر با جرقه ای است که با وجود شیشه تولید می شود.

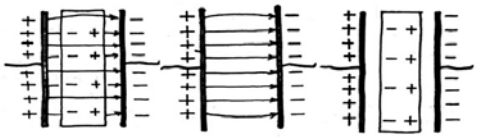


پاسخ: گزینه (الف) پاسخ صحیح است. شیشه میان خازن قطبیده می شود. بنابراین، آن طرف از شیشه که نزدیک به صفحه مثبت است منفی و آنطرف که نزدیک به صفحه منفی است مثبت می شود. هنگامی که شیشه را بر می داریم، بار منفی روی شیشه از نزدیکی بار مثبت روی صفحه، و همین طور بار مثبت روی شیشه از نزدیکی بار منفی روی صفحه خازن برداشته می شوند. این عمل مستلزم انجام کار برای غلبه بر جاذبه میان بارهاست. بنابراین، برداشتن شیشه مستلزم انجام کار است و این کار به صورت جرقه نمایان می شود.

راه دیگر توضیح این پدیده این است که بگوئیم شیشه، میدان الکتریکی میان صفحات را تضعیف می کند. برداشتن شیشه دوباره میدان را به حالت اول بر می گرداند و اختلاف پتانسیل یا ولتاژ میان صفحات را افزایش می دهد. بنابراین جرقه هم بزرگتر می شود.

البته همچنین می توان گفت که برداشتن شیشه ظرفیت خازن را کاهش و ولتاژ آن را افزایش می دهد که در این صورت تکرار بیان بالا با عباراتی متفاوت است.

MohandesYar.com



سؤال:

۳- آیا می شود یک ولتاژ بالا بدون جریان بسیار زیاد وجود داشته باشد ؟

الف) بلی، چنین وضعی معمولاً وجود دارد.

ب) خیر، چنین وضعی امکان ندارد.

پاسخ:گزینه (الف) صحیح است. بارهای همنام (مثبت با مثبت، منفی با منفی) همدیگر را دفع و بارهای نا همنام (مثبت یا منفی) یکدیگر را جذب می کنند. برای جدا کردن بارهای مثبت و منفی صرف انرژی لازم است. تا هنگامی که این بارها از هم دور نگه داشته شوند، انرژی ذخیره می شود؛ درست مثل پتکی که در ارتفاعی در بالای سر نگه داشته می شود؛ تا هنگامی که پتک در این حالت نگه داشته می شود درآن انرژی ذخیره می شود. انرژی ذخیره شده را انرژی پتانسیل می گویند. در مورد پتک می گوییم که پتک نسبت به سطح زمین پتانسیل گرانشی دارد و در مورد بارهای از هم جدا شده می گوئیم که بارها نسبت به یکدیگر انرژی پتانسیل الکتریکی دارند. وقتی صحبت از مقدار انرژی پتانسیل الکتریکی به ازای بار می کنیم منظورمان ولتاژ است. مثلاً در هر باتری ۱۲ ولتی اتومبیل، النرژی جدائی بارهای مخالف روی دو سر باتری برابر ۱۲ واحد انرژی به ازای واحد بار است. به عبارت

$$\text{دقیقتر } 12 \frac{\text{ژول}}{\text{کولن}} = 12 \text{ ولت}$$

اگر گنبد مولد وان دو گراف تا *100 000* ولت باردار شود، آنگاه انرژی پتانسیل هر کولن بار بر روی گنبد برابر *100 000* ژول است.

در مورد جریان چه می توان گفت ؟ هیچ. اما اگر پلی رسانا میان محلهای دوبار مخالف ایجاد شود، بار از طریق پل به حرکت در می آید و جریان برقرار می شود.

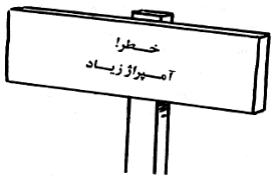
سؤال:

۴- واحد جریان الکتریکی آمپر است و گاهی جریان الکتریکی را در مقایسه با ولتاژ، آمپراژ می گویند. آیا می شود یک آمپراژ خیلی زیاد، بدون ولتاژ خیلی زیاد، وجود داشته باشد.

الف) بله

ب) نه

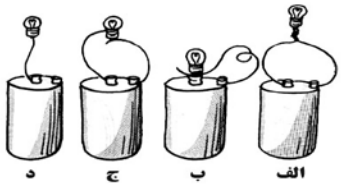
MohandesYar.com



پاسخ: گزینه (الف) صحیح است. مقدار جریان در هر مدار ساده نه تنها به ولتاژ بلکه به مقاومت نیز بستگی دارد. اگر مقاومت زسانا خیلی کم باشد، ولتاژ خیلی کوچکی می تواند جریان خیلی زیادی در مدار برقرار کند. مقاومت بعضی مواد هنگامی که تا دماهای خیلی پایین سرد می شوند صفر است ؛ این مواد را آتر رسانا می گویند. ولتاژهای خیلی پایین می توانند جریان های خیلی زیادی در مواد آتر رسانا تولید کنند. در واقع، در هر مدار آتر رسانا، جریان بعد از قطع چشمه ولتاژ نیز، تا بی نهایت بر قرار می ماند.

سؤال:

۵- با یک پیل خشک، یک لامپ و مقداری سیم می توان یک مدار الکتریکی ساده تشکیل داد. در کدام یک از مدارهای زیر لامپ روشن خواهد شد ؟



پاسخ: گزینه (ج) صحیح است. باتری، چشمه انرژی ای نیست که لامپ را، مثل چاله های پر از آب، پر از انرژی کند. باید حالت عبور از طریق مدار وجود داشته باشد. جریان به داخل لامپ وارد یا حتی از داخل لامپ به بیرون خارج نمی شود، بلکه صرفاً مثل هر نقطه دیگری از مدار، جریان از طریق لامپ و از طریق باتری عبور کند. با بررسی مدارها معلوم می شود که فقط در حالت (ج) مسیر لازم برای برقراری جریان وجود دارد.

سؤال:

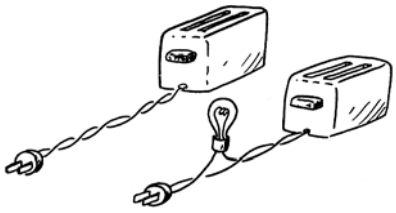
۶- توستر(نان برشته کن) خرابی که اتصالی دارد ممکن است فیوز برق منزل را بپراند. فرض کنید یک لامپ روشنایی را مطابق شکل به صورت سری در مدار توستر قرار می دهیم. اگر در این حالت توستر را به برق وصل کنیم:

الف) گاهی فیوز برق را می پراند

ب) دیگر هیچگاه فیوز برق نمی پرد.

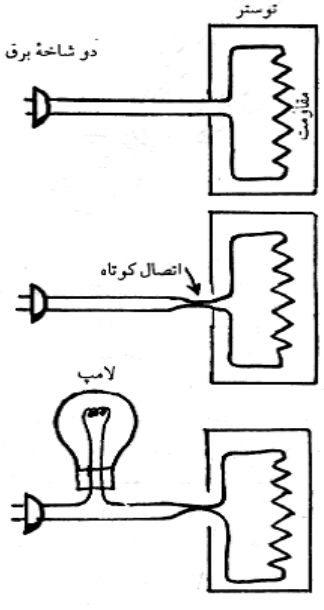
ج) باز هم فیوز می پرد.

MohandesYar.com



پاسخ: گزینه (ب) صحیح است. شکل اول یک توستر سالم را نشان می دهد. جریان برق از طریق یکی از سیم ها وارد مقاومت توستر می شود و سپس از سیم دیگر به پریز برق برمی گردد. تمامی جریانی که از یک سیم وارد می شود باید از سیم دیگر برگردد. عنصر گرم کننده مقاومتی دارد که شبیه است به اصطکاک الکتریکی. این اصطکاک در مقابل شارش جریان مقاومت می کند، به گونه ای که فقط مقدار کمی جریان می تواند از داخل آن عبور کند. مقاومت، نوعی کشش در جهت مخالف جریان بر مدار اعمال می کند و از سرعت جریان برق می کاهد. اما اگر توستر خراب باشد و دو سیمی که از پریز می آیند با هم تماس داشته باشند اتصال کوتاه ایجاد می شود. این اتصال را به این دلیل کوتاه می گویند که راه میان بری برای جریان الکتریکی به شمار می رود. با وجود این اتصال، جریان دیگر از داخل مقاومت عبور نمی کند و در نتیجه سرعت آن فوق العاده افزایش می یابد. با افزایش بیش از حد مجاز جریان برق، فیوز می پرد. اگر فیوز نپرد احتمال آتش سوزی زیاد است! اما اگر در این حالت لامپی بر سر راه جریان گذاشته شود، جریان ناگذیر باید از داخل لامپ عبور کند. پس، با اینکه مقاومت توستر دیگر بر سر راه جریان قرار ندارد، اما در عوض آن، مقاومت لامپ از سرعت جریان می کاهد. البته با وجود لامپ، توستر دیگر مثل سابق داغ نمی شود، اما به هر حال خطر پریدن فیوز یا آتش سوزی وجود ندارد.

بعضی افراد با تجربه، هنگامی که با وسایل برقی کار می کنند، لامپ روشنایی در مدار قرار می دهند تا اگر احیاناً اتصال کوتاهی وجود داشته باشد، مانع پریدن فیوز بشود.



MohandesYar.com

سوال:

۷- فیوز چیست؟ چگونه کار می کند؟

سوال:

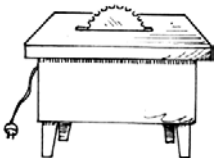
۸- توان یک وسیله الکتریکی (مثلاً یک اره برقی) در صورتی افزایش می یابد که:

الف) جریان الکتریکی (آمپر) آن افزایش یابد، اما اختلاف پتانسیل (ولتاژ) آن ثابت بماند

ب) ولتاژ آن افزایش یابد اما جریان الکتریکی آن ثابت بماند

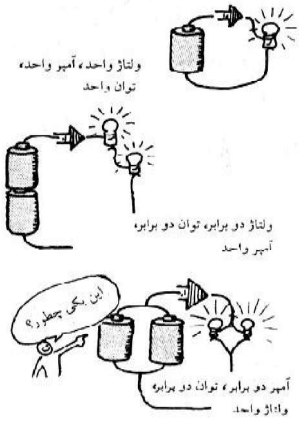
ج) هم ولتاژ و هم جریان الکتریکی آن افزایش یابد

د) هیچکدام از موارد بالا درست نیست



پاسخ: (ج) پاسخ درست است. یک اره برقی که به برق وصل می شود، ولتاژ اعمال شده ۲۲۰ ولت است. این حداکثر ولتاژی است که به اره اعمال می شود. یک تکه بزرگ چوب که با اره بریده می شود، چگونه توان خروجی اره افزایش می یابد؟ با افزایش مقدار آمپری که می کشد. اگر اره را بیش از حد معمول بار کنید سرعت آن کند می شود و مقدار بیشتری جریان می کشد. نور لامپ هایی که در مدار هستند ضعیف می شود، درست مثل کم شدن آب شیر، هنگامی که همه ی شیرهای آب خانه باز هستند.

آیا می توانید موردی پیدا کنید که در آن، بدون تغییر شدت جریان، ولتاژ افزایش یابد؟ یک باتری را در نظر بگیرید که با یک لامپ به طور سری قرار گرفته است. سپس دو باتری را در نظر بگیرید که با دو لامپ به طور سری قرار گرفته اند. در این حالت، ولتاژ و توان خروجی دو برابر می شود، اما چون مقاومت بار نیز دو برابر می شود شدت جریان در مدار تغییر نمی کند.

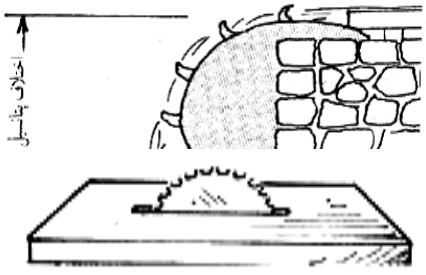


MohandesYar.com

با دو برابر کردن جریان مدار یا ولتاژ داده شده به اره برقی، توان دو برابر می شود. به طور کلی رابطه زیر را می توان میان توان، ولتاژ و آمپر نوشت.

(آمپر) X (ولتاژ) = توان

این مسئله منحصر به الکتریسیته نیست. به عنوان مثال، در مورد چرخ آبی هم صادق است. توان خروجی هر چرخ آبی به حاصلظرب دو عامل بستگی دارد. یکی از دو عامل قطر چرخ است که اختلاف پتانسیل آبی را که از طریق آن سقوط می کند نشان می دهد. قطر چرخ نقش ولتاژ را بازی می کند. عامل دوم، تعداد لیتر های آبی است که در هر ساعت از روی چرخ جاری می شود(جریان آب). این عامل مثل شدت جریان است.



سوال:

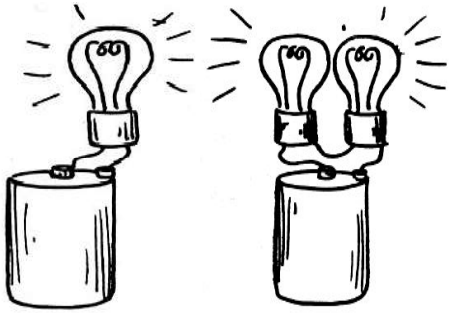
۹- ابتدا یک لامپ و سپس دو لامپ را به طور سری به یک باتری ببندید. باتری در حالت دوم:

الف) شدت جریان کمتری تولید می کند

ب) شدت جریان بیشتری تولید می کند

ج) ولتاژ کمتری تولید می کند

د) مقدار شدت جریان در هر دو مورد یکسان است



از دو آرایش A و B کدام یک مقدار بیشتری نور تولید می کند؟

الف) A

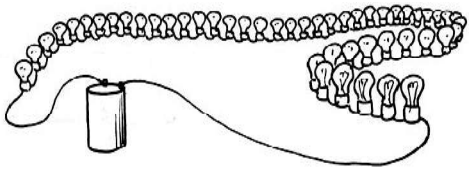
ب) B

MohandesYar.com

پاسخ: (الف) پاسخ درست است. باتری ولتاژی (مثلاً ۶ ولت یا ۱۲ ولت) تولید می کند که مثل نوعی فشار است. این ولتاژ، بارها (جریان) را از طریق لامپ، که در مقابل آن مقاومت می کند، به پیش می راند. سیم های رابط هم در مقابل شارش بارها مقاومت می کنند، اما مقاومت لامپ خیلی خیلی بیشتر است. مقاومت دو لامپ مشابه که به طور سری بسته شده باشند دو برابر مقاومت یک لامپ است. با دو برابر شدن مقائمت فقط نصف بارها می توانند شارش پیدا کنند. بنابراین شدت جریان نصف می شود.

این وضع کاملاً شبیه است به داخل بدن انسان. وقتی سرخرگهای خون به دلیلی مسدود شوند مقاومت آنها در مقابل جریان خون افزایش می یابد و خون کمتری به جریان می افتد. اگر مقاومت دو برابر شود، فقط نصف مقدار قبلی خون شارش پیدا می کند. اما بدن نمی تواند با نصف مقدار خون سر کند و بنابراین خون بیشتری می طلبد. پس، قلب با فشار بیشتری (یعنی فشار خون بالا) خون را تلمبه می کند تا بتواند مقدار بیشتری خون از طریق سرخرگ مسدود شده بفرستد.قلب مثل باتری عمل می کند، یعنی فشار یا ولتاژ ایجاد می کند. اما باتری فقط یک ولتاژ حداکثر ثابت تولید می کند. قلب، برعکس باتری، در صورت لزوم فشار بیشتری تولید می کند، و در نتیجه کار بیشتری هم انجام می دهد.

(الف) پاسخ درست پرسش دوم است. ثابت کردیم که آرایش A آمپر بیشتری تولید می کند. چون توان باتری برابر است با آمپر ضربدر ولتاژ و چون توان بیشتر و بنابراین نور بیشتری تولید می کند. می توانیم، برای توضیح بیشتر، این وضع را به صورتی اغراق آمیز نشان دهیم: مثلاً فرض کنید ۵۰ لامپ به طور سری به هم بسته شده اند. در بهترین حالت ممکن است رشته های داخل لامپ ها فقط اندکی سرخ شوند. نور یک لامپ خیلی بیشتر از نور چند لامپ در حالت سری است.



سوال:

۱۰- هر تراموای یک خط اتصال برق و اتوبوس برقی دو خط اتصال برق دارد. دلیل این موضوع این است که

الف) خط اتصال اضافی در اتوبوس برای نگه داری و تأمین ایمنی بیشتر به کار می رود

ب) منبع برق اتوبوس ac و از آن تراموای dc است

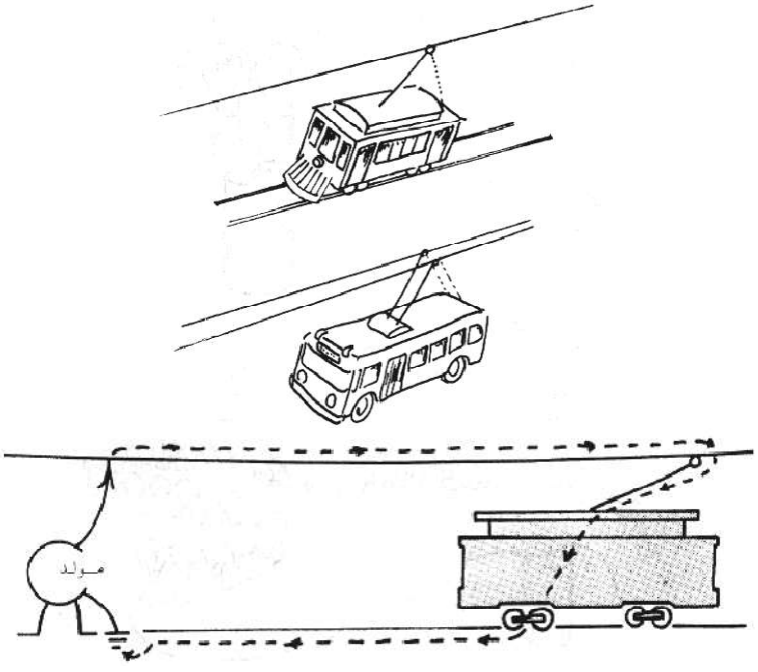
ج) منبع برق اتوبوس dc و از آن تراموای ac است

د) اتوبوس بیشتر از تراموای جریان برق می کشد

ه) تراموای از ریل هایش به عنوان خط اتصال دوم استفاده می کند.

MohandesYar.com

پاسخ: (ه) پاسخ درست است. مولد برقی که برق تراموای را تأمین می کند از یک طرف اتصال به زمین دارد. بنابراین، برق از مولد، از طریق یک خط اتصال به تراموای می رود و از طریق زمین به مولد برمی گردد. اتوبوس برقی بر چرخ لاستیکی سوار است و بنابراین، نمی تواند جریان برق را از طریق زمین برگرداند. در نتیجه، اتوبوس برقی دو خط اتصال برقی می خواهد.

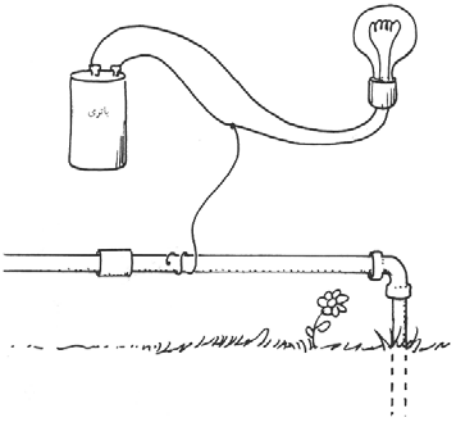


سوال:

۱۱- اگر مدار را مطابق شکل به زمین وصل کنیم آیا باز هم لامپ روشن می ماند؟

الف) بلی

ب) نه



MohandesYar.com

پاسخ: (الف) پاسخ درست است. زمین کردن مدار در یک نقطه تأثیری بر روی مدار ندارد. الکترون ها از قطب منفی باتری به طرف قطب مثبت به حرکت در می آیند. رفتن الکترون ها به زمین فقط آنها را منحرف می کند.

سوال:

۱۲- آیا این پرنده را که روی یک سیم لخت با ولتاژ زیاد نشسته است، برق می گیرد؟

الف) بله

ب) نه



پاسخ: (ب) پاسخ درست است. ممکن است تصور کنید که یک ولتاژ به اندازه ی کافی زیاد، مثل ولتاژی برابر با ۲۰۰۰۰ ولت، می تواند بر مقاومت زیاد بدن پرنده غلبه کند و جریان خطرناکی در آن برقرار کند. اما منظور از این ۲۰۰۰۰ ولت، ولتاژ تمام طول سیم نسبت به زمین است. اگرچه پرنده ی روی سم نیز در ولتاژ ۲۰۰۰۰ ولتی است اما در واقع تمام بدن آن در همین ولتاژ است. به عبارت دیگر، هیچ اختلاف پتانسیلی در سرتاسر بدن پرنده وجود ندارد. جریان هنگامی در یک محیط رسانا برقرار می شود که در دو سر آن اختلاف پتانسیل وجود داشته باشد. اگر اختلاف پتانسیل وجود نداشته باشد جریان برقرار نمی شود. در این حالت اگر پرنده بال هایش را به گونه ای باز کند که با سیم مجاور، که نسبت به سیم زیر پای پرنده اختلاف پتانسیل دارد، تماس حاصل کند، همه چیز تمام می شود. در واقع، سیم های حامل برق فشار قوی آنقدر از هم فاصله دارند که بال پرنده نمی تواند با سیم مجاور تماس حاصل کند.

سوال:

۱۳- چه چیز باعث برق گرفتگی می شود؟ جریان یا ولتاژ؟

الف)جریان

ب) ولتاژ

ج) هر دو

د) هیچکدام

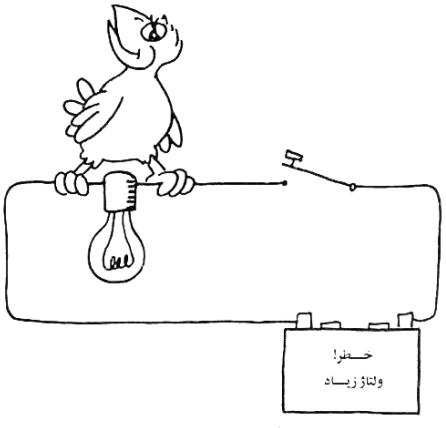
MohandesYar.com



پاسخ: (ج) پاسخ درست است. هنگامی که جریان برق از بدن کسی عبور کند برق گرفتگی اتفاق می افتد. اگر جریان برق وجود نداشته باشد برق هم کسی را نمی گیرد. بنابراین، ظاهراً (الف) پاسخ درست است. اما چه چیزی عامل ایجاد جریان برق است؟ ولتاژ، عامل جریان است. در این صورت ولتاژ اعمال شده و جریان حاصل عامل ایجاد برق گرفتگی هستند. باز هم ممکن است این تصور پیش بیاید که در واقع (الف) پاسخ درست است زیرا برق گرفتگی مستقیماً به جریان مربوط می شود، بدون توجه به اینکه چه چیزی عامل ایجاد جریان است. همچنین ممکن است استدلال شود (ب) پاسخ درست است، زیرا ولتاژ اعمال شده عامل ایجاد برق گرفتگی است، و جریان فقط نقش یک واسطه را بازی می کند. به عنوان مثال ما نمی نویسیم "خطر! آمپر–زیاد" بلکه می نویسیم "خطر! ولتاژ–زیاد".بنابراین، اگر (الف)، (ب) یا (ج) را انتخاب کرده باشید که هیچ، اگر (د) را انتخاب کرده باشید معلوم می شود که خیلی از مرحله پرت هستید!

سوال:

۱۴– فرض کنید پرنده ای مطابق شکل بر روی مداری نشسته است. آیا در این مورد برق پرنده را می گیرد؟



الف) در صورتی که مدار باز باشد برق پرنده را می گیرد.

ب) در صورتی که مدار بسته شود برق پرنده را می گیرد.

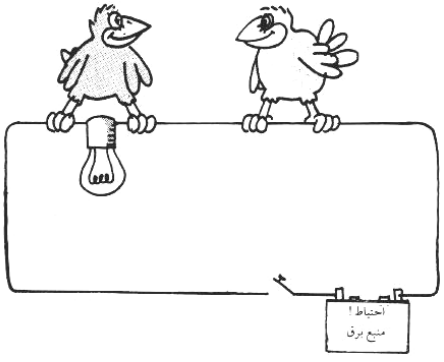
ج) در هر حالت برق پرنده را می گیرد.

د) در هیچ حالتی برق پرنده را نمی گیرد.

MohandesYar.com

پاسخ: (ب) پاسخ درست است. هنگامی که کلید باز است ولتاژ تمام سیم در یک طرف کلید برابر مثلاً ۱۲ ولت، و ولتاژ تمام سیم در طرف دیگر کلید برابر صفر است. پرنده در یک طرف کلید است و بنابراین اختلاف ولتاژی در بدن آن وجود ندارد. در این حالت اگر کلید بسته شود، جریان برقرار می شود و از مقاومت لامپ روشنایی عبور می کند. قسمتی از این جریان هم از طریق بدن پرنده خود را به طرف دیگر سیم می رساند. بنابراین به پرنده شوک وارد می شود.

در هر مداری همواره اختلاف ولتاژی در دو سر قسمتی از مدار ایجاد می شود که مانع عبور جریان است. وقتی کلید باز است، این مانع خود کلید است و در دو سر آن اختلاف پتانسیل ایجاد می شود. وقتی کلید بسته می شود، مقاومت این نقش را به عهده می گیرد. یعنی در دو سر مقاومت اختلاف پتانسیل ایجاد می شود. پرنده بینوا هم، با گذاشتن دو پایش در دو طرف لامپ در مسیر این اختلاف پتانسیل قرار می گیرد. آیا از روی شکل می توانید بفهمید که فقط پرنده ای که دو پایش را در دو طرف لامپ گذاشته است، دچار برق گرفتگی می شود؟



سوال:

۱۵- هنگامی که سویچ اتومبیل را باز می کنید در واقع مدار متشکل از قطب منفی باتری – سویچ – قطب مثبت باتری را می بندید. این مدار یک مدار dc است و در آن الکترون ها از قطب منفی باتری به سوی قطب مثبت آن به حرکت در می آیند. چه مدت سویچ باید در حالت باز باشد تا الکترون هایی که از قطب منفی به حرکت در آمده اند به قطب مثبت برسند ؟

الف) زمانی کوتاهتر از چرخاندن سویچ روی حالت باز یا حالت خاموش

ب) $\frac{1}{4}$ ثانیه

ج) ۴ ثانیه

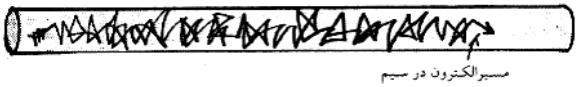
د) ۴ دقیقه

ه) ۴ ساعت

MohandesYar.com



پاسخ: (ه) پاسخ درست است. با اینکه سرعت سیگنال الکتریکی از طریق مدار بسته در حدود سرعت نور است، سرعت واقعی مهاجرت الکترون (یا سرعت سوق) خیلی کمتر از این مقدار است. اگر چه سرعت متوسط الکترون ها در مدار باز (وقتی کلید در حالت خاموش است) در دماهای عادی برابر چند میلیون کیلومتر در ساعت است، اما هیچ جریانی تولید نمی کنند، زیرا در تمام جهات ممکن حرکت می کنند. هیچگونه شارش خالصی در هیچ جهت به خصوصی وجود ندارد. اما وقتی مدار بسته می شود (یعنی کلید در حالت روشن قرار می گیرد) میدان الکتریکی میان دو سر باتری در جهت مدار قرار می گیرد. این میدان الکتریکی با سرعتی در حدود سرعت نور در مدار برقرار می شود. تمام الکترونها در مدار به حرکت تصادفی خود ادامه می دهند، و در اثر میدان الکتریکی اعمال شده به سوی قطب مثبت باتری شتاب می گیرند. الکترون های شتاب گرفته نمی توانند سرعت های قابل توجهی بگیرند، زیرا در سر راه خود با اتم های زیادی برخورد می کنند. این برخورد ها به طور پیوسته از سرعت الکترون ها می کاهند به گونه ای که سرعت نهایی آنها به حدود سانتیمتر در ثانیه می رسد. در نتیجه چند ساعت طول می کشد تا الکترون ها یی که از یک سر باتری راه افتاده اند به سر دیگر آن برسند.



مسیرالکترون در سیم

سوال:

۱۶- هنگامی که یک موتور الکتریکی در حال کار، یا یک توستر در حال داغ کردن نان است، مقدار کولن الکتریسیته ای که به آنها وارد می شود باید از مقدار الکتریسیته ای که از آنها خارج می شود بیشتر باشد.

الف) درست است

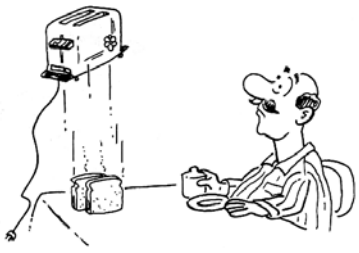
ب) نادرست است

هر مولد برقی:

الف) کولن ها الکتریسیته برق تولید می کند

ب) همان تعداد کولن الکتریسیته که می گیرد از خود خارج می کند

MohandesYar.com



پاسخ: (ب) پاسخ درست هر دو پرسش است. موتور الکتریکی (یا توستر) الکتریسیته مصرف نمی کند، بلکه انرژی مصرف می کند. هر مولد الکتریکی الکتریسیته تولید نمی کند، بلکه انرژی تولید می کند. همان تعداد کولن الکتریسیته ای که به موتور (یا توستر) وارد می شود باید از آن خارج شود(اما در ولتاژی کمتر از ولتاژ کولن های ورودی). بخار آبی را در نظر بگیرید که از داخل موتور بخار عبور می کند. تمام بخاری که وارد موتور می شود از طرف دیگر خارج می شود، منتهی فشار آن از فشار بخار ورودی کمتر است. به طریق مشابه، کولن های الکتریسیته در موتور (توستر) افت ولتاژ دارند و در مولد افزایش ولتاژ.

انرژی در هر کولن الکتریسیته به ولتاژ آن بستگی دارد.

انرژی= ولتاژ * کولن

بنابراین، ولتاژ صفر به معنای انرژی صفر است. انرژی کولن ها الکتریسیته (به هر تعداد) با ولتاژ صفر برابر صفر است.

MohandesYar.com

مقدمه:

تاکنون با مدارهای الکتریکی آشنا شدید. عناصر مدار را که شامل منابع ولتاژ، مقاومت های اهمی، سلف و خازن است شناختید و مشخصات آن ها را در جریان مستقیم و متناوب بررسی کردید. مدارهای ساده را که از یک حلقه درست شده بودند یا دارای یک منبع تغذیه بودند، مورد تجزیه و تحلیل قرار دادید و در این مدارها جریان و ولتاژ و توان را در مصرف کننده ها و منابع محاسبه کردید. هم چنین ولتاژ دو سر مقاومت را در مدار سری از طریق تقسیم ولتاژ و جریان یک مصرف کننده را در مدارهای موازی به روش تقسیم جریان به دست آورید.

مقاومت، القاگری و ظرفیت معادل را در مدارهای سرس، موازی و مختلط محاسبه کردید و بالاخره قوانین اهم، ولتاژهای کیرشهف در انعشاب ها را برای حل مسائل به کار بردید. اما با مدارهایی که شامل چند حلقه باشند و در هر حلقه منابع تغذیه وجود داشته باشد، تاکنون برخورد نداشته اید. ما در این فصل مدارهایی را مورد تجزیه و تحلیل قرار می دهیم، یعنی جریان ها و ولتاژها و نیز توان های هر مصرف کننده را محاسبه و تعیین می کنیم که مثلاً کدام منبع، انرژی بیش تری به مصرف کننده ها می دهد یا حتی گاهی نتیجه می گیریم که فلان منبع نه تنها به مدار انرژی نمی دهد بلکه خود مصرف کننده است. برای اینکه بتوانیم این مدارها را مورد تجزیه و تحلیل قرار دهیم، از روش های مختلفی می توانیم استفاده کنیم. برخی از این روش ها که در این فصل به کمک آن ها به تجزیه و تحلیل مدارها می پردازیم، عبارت اند از : اصل جمع آثار، پتانسیل گره، جریان های حلقه و نیز معادل سازی تونن و نورتن مدار.

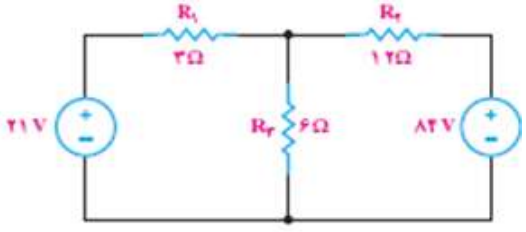
تحلیل مدار به روش اصل جمع آثار:

در مدارهای الکتریکی که چند منبع تغذیه دارند، هر یک از منابع در مدار جریانی ایجاد می کند وجریان هر عنصر در مدار از جمع جریان هایی که هر منبع در آن عنصر ایجاد می کند به دست می آید. به عبارت دیگر، جریان عناصر مدار از مجموع آثار تک تک منابع در مدار حاصل می شود. جمع آثار در مورد ولتاژ دو سر هر عضو نیز صادق است ولی در مورد کمیت هایی که با مجذور جریان یا ولتاژ متناسب هستند صدق نمی کند. مثلاً توان در

MohandesYar.com

یک مقاومت اهمی را نمی توان از مجموع توان هایی به دست آورد که هر منبع به تنهایی می تواند در آن عنصر ایجاد کند.

مثال: در مدار شکل ۱ جریان را در مقاومت های R_1 و R_2 و R_3 توان و ولتاژ مقاومت ۶ اهمی را محاسبه کنید.



شکل ۱

راه حل:

الف: ابتدا به جز یک منبع (مثلاً V ۲۱) بقیه ی منابع را از مدار حذف کنیم. تذکر این نکته لازم است که وقتی منبع ولتاژ را از مدار حذف کنیم، دو سر آن را اتصال کوتاه می کنیم در صورتی که بخواهیم منبع جریانی را از مدار حذف کنیم، باید آن را باز کرده و از مدار جدا سازیم. حال برای هر عنصر جریانی را در نظر می گیریم و آن ها را مطابق روش هایی که قبلاً آموخته ایم، حساب می کنیم (شکل ۲).

می خواهیم مقاومت ۶ اهمی به صورت موازی با مقاومت ۱۲ اهمی و مجموعه به صورت سری با مقاومت ۳ اهمی قرار بگیرد.

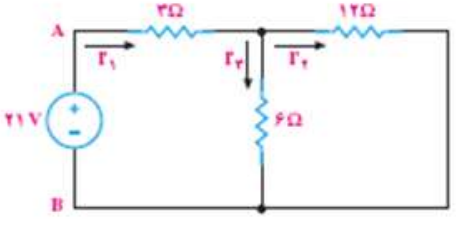
$$R_{AB} = (۶ \| ۱۲) + ۳$$

$$R_{AB} = \frac{۱۲ \times ۶}{۱۲ + ۶} + ۳ = ۷\Omega$$

$$I_1' = \frac{۲۱}{V} = ۳A$$

$$I_2' = I_1' \frac{۶}{۱۲ + ۶} = ۳ \times \frac{۱}{۳} = ۱A$$

$$I_3' = ۳ \times \frac{۱۲}{۱۲ + ۶} = ۲A$$



شکل ۲

MohandesYar.com

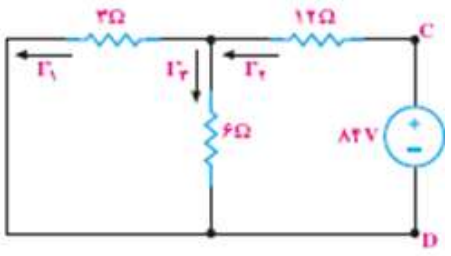
ب: این بار منبع دوم را حذف می کنیم و مجدداً جریان عناصر مدار را محاسبه می نمائیم (شکل ۳).

$$R_{CD}=\frac{۳\times۶}{۳+۶}+۱۲=۱۴\Omega$$

$$I_۱''=\frac{۸۴}{۱۴}=۶A$$

$$I_۳''=۶\frac{۳}{۳+۶}=۲A$$

$$I_۱''=۶\frac{۶}{۳+۶}=۴A$$



شکل ۳

اگر جریان های هر عنصر را در دو حالت محاسبه شده با توجه به جهت آن ها با یکدیگر جمع کنیم، جریان هر عنصر برای زمانی که هر دو منبع در مدار هستند به دست می آید.

$$I_۱=I_۱''-I_۱'=۴-۳=۱A$$

$$I_۲=I_۲''-I_۲'=۶-۱=۵A$$

$$I_۳=I_۳'+I_۳''=۲+۲=۴A$$

پ: برای محاسبه ولتاژ مقاومت ۶ اهم، می توان به دو صورت زیر عمل کرد.

$$۱)\ V_{۶\Omega}=I_۳\times۶=۴\times۶=۲۴[V]$$

$$۲)\ V_{۶\Omega}=I_۳'\times۶+I_۳''\times۶=۲\times۶+۲\times۶=۲۴[V]$$

ت: توان در مقاومت ۶ اهم از رابطه ی زیر به دست می آید.

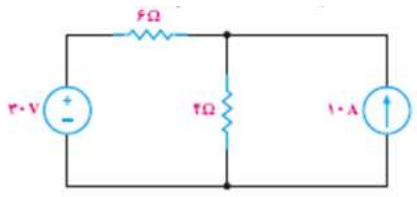
$$P=۶\times I_۳^۲=۶\times۴^۲=۹۶W$$

توجه کنید که توان این مقاومت را نمی توان از رابطه ی زیر به دست آورد؛ زیرا حاصل ۹۶ وات نمی شود:

$$۶\times I_۳''^۲+۶\times I_۳''^۲=۶\times۲^۲+۶\times۲^۲=۴۸\neq۹۶$$

MohandesYar.com

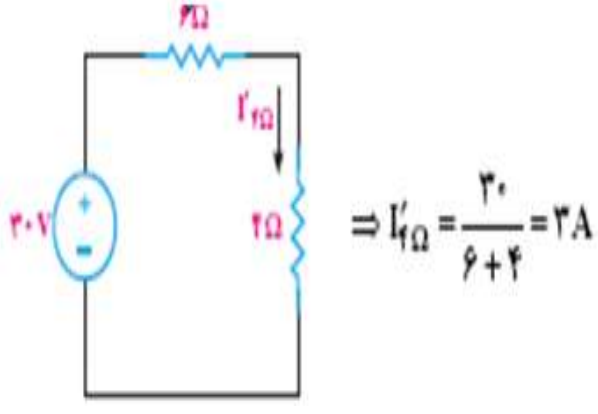
مثال: توان مصرفی در مقاومت ۴ اهم را در شکل ۴ به روش جمع آثار حساب کنید.



شکل ۴

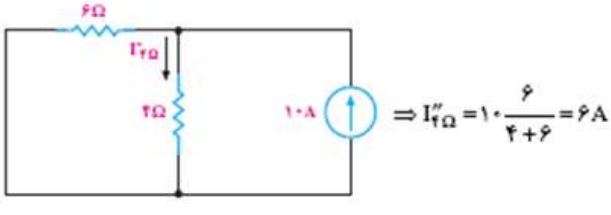
راه حل:

الف: منبع جریان را حذف و جریان مقاومت ۴ اهمی را محاسبه می کنیم.



شکل ۵

ب: منبع ولتاژ را حذف می کنیم و مجدداً جریان مقاومت ۴ اهمی را به دست می آوریم(شکل ۶)



شکل ۶

MohandesYar.com

پ: اکنون با جمع آثار، جریان مقاومت ۴ اهمی را در مدار اصلی به دست می آوریم و سپس توان آن را حساب می کنیم.

$$I_{۴\Omega} = I'_{۴\Omega} + I''_{۴\Omega} = ۳ + ۶ = ۹A$$
$$P_{۴\Omega} = ۴ \times ۹^۲ = ۳۲۴W$$

تحلیل مدار به روش پتانسیل گره:

برای حل مدار به روش پتانسیل گره از قانون کیرشهف(*K.C.L.*) استفاده می شود. بدین منظور، مراحل زیر را طی می کنیم.

الف: مدار را تا حد ممکن ساده می کنیم : مثلاً مقاومت های موازی یا سری را به صورت معادل آن ها قرار می دهیم یا گره های گسترده  را یک جا  رسم می کنیم.

ب: یک از نقاط گره را _ که بهتر است پرانشعاب ترین آن ها باشد_ به عنوان گره مبنا انتخاب می کنیم. فرض بر این است که پتانسیل گره مبنا صفر است.

پ: به بقیه گره ها یک پتانسیل نسبت می دهیم؛ مانند $V_۱$ ، $V_۲$ ، V_n ... .

ت: برای هر گره معادله ی جریان های کیرشهف (*K.C.L.*) را می نویسیم. برای نوشتن معادله در هر گره به جز منابع جریان_ که جهت جریان مشخصی دارند_ جریان بقیه ی شاخه ها را خروجی در نظر می گیریم و با علامت مثبت منظور می کنیم. علامت جریان های ورودی به گره منفی خواهد بود.

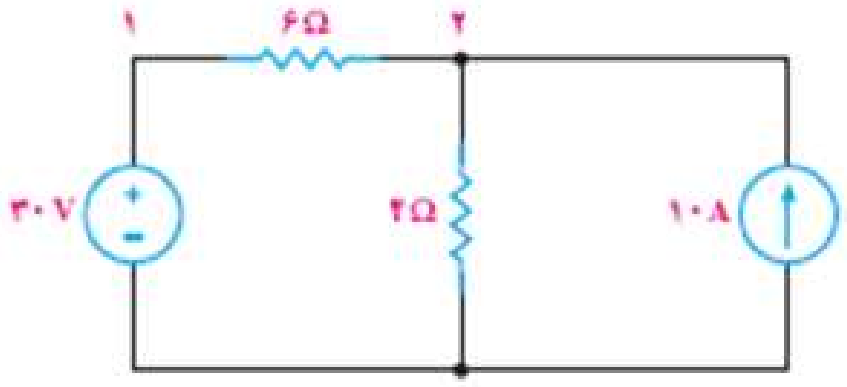
ث: برای مداری با *n* گره، *n-1* معادله نوشته می شود که شامل معادله ی گره ها به جز گره مبناست. تاعداد معادله ها با تعداد مجهولات _ که پتانسیل های گره ها هستند_ برابر است.

ج: با حل دستگاه معادلات چند مجهولی، پتانسیل گره ها را به دست می آوریم.

MohandesYar.com

چ: با معلوم بودن پتانسیل گره ها، جریان هر شاخه به راحتی به کمک قانون اهم محاسبه می شود.

مثال: توان مصرفی مقاومت ۴ اهم را در شکل ۷ به روش پتانسیل گره حساب کنید.

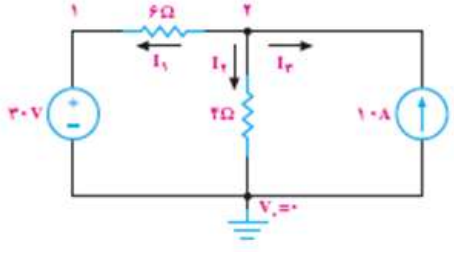


شکل ۷

راه حل:

الف: این مدار شکل ساده ای دارد و ساده تر نمی شود.

ب: گره پایین را مبنا اختیار می کنیم و بقیه ی گره ها را به ولتاژ نسبت می دهیم(شکل ۸).



شکل ۸

پ: اکنون معادله ی جریان ها را در گره می نویسیم. در این مثال پتانسیل گره ۱ معلوم است؛ زیرا از آنجا که یک سر منبع ولتاژ به گره مبنا وصل است ، پتانسیل سر دیگر آن بسته به پلارینه ی منبع به اندازه ی اختلاف پتانسیل دو سر آن بیشتر یا کمتر از پتانسیل مبنا خواهد بود. در آنجا گره ۱ به پلارینه ی مثبت منبع وصل است. پس پتانسیل آن برابر ۳۰ ولت می شود. در نتیجه، معادله ی جریان ها را فقط برای گره ۲ می نویسیم.

MohandesYar.com

$$\text{در گره ۲ KCL} \rightarrow +I_1 + I_2 + I_3 = 0$$

$$+\frac{V_2 - V_1}{6} + \frac{V_2 - V_0}{4} - 10 = 0$$

چون جهت I_3 مخالف جهت منبع جریان است برای آن علامت منفی در نظر می گیریم.

با جاگذاری مقادیر V_1 و V_0 خواهیم داشت:

$$\frac{V_2 - 30}{6} + \frac{V_2}{4} = 10$$

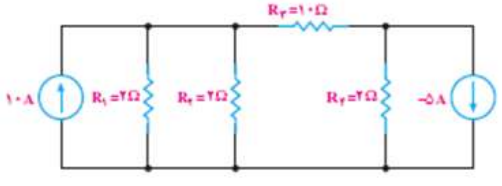
معادله ی بالا را حل می کنیم و ولتاژ V_2 را به دست می آوریم.

$$\frac{2(V_2 - 30) + 3V_2}{12} = 10 \rightarrow 5V_2 - 60 = 120$$

$$5V_2 = 180 \rightarrow V_2 = \frac{180}{5} = 36V$$

$$P_{4\Omega} = \frac{V_2^2}{4} = \frac{36^2}{4} = 324W$$

مثال : در مدار شکل ۹ جریان را در مصرف کننده ۱۰ اهم حساب کنید.



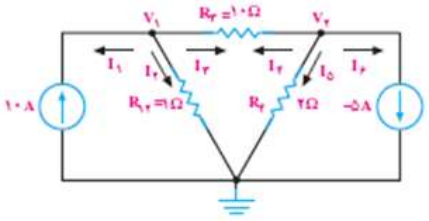
$$R_{12} = (R_1 \| R_2) = \frac{R_1 \times R_2}{R_1 + R_2} = \frac{2 \times 2}{2 + 2} = 1\Omega$$

شکل ۹

راه حل:

الف: ابتدا مقاومت R_1 و R_2 را با هم موازی می کنیم و مدار را به صورت شکل ۱۰ ساده کرده و گره ها را نام گذاری و برای هر شاخه یک جهت جریان انتخاب می کنیم.

MohandesYar.com



شکل ۱۰

ب: در این جا سه گره داریم. پس *kcl* را برای گره های ۱ و ۲ می نویسیم و برای آن ها معادله تشکیل می دهیم.

$$\text{گره ۱ KCL)} + I_1 + I_2 + I_3 = 0$$

$$\text{در گره ۱} \rightarrow -10 + \frac{V_1}{1} + \frac{V_1 - V_2}{10} = 0$$

$$\text{گره ۲ KCL)} + I_4 + I_5 + I_6 = 0$$

$$\text{در گره ۲} \rightarrow + \frac{V_2 - V_1}{10} + \frac{V_2}{2} + (-5) = 0$$

پ: معادله ها را مرتب کره حل می کنیم تا V_1 و V_2 به دست آید.

$$\begin{cases} 11V_1 - V_2 = 100 \\ -V_1 + 6V_2 = 50 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} V_1 = 10V \\ V_2 = 10V \end{cases}$$

ت: اکنون جریان مقاومت ۱۰ اهم به صورت زیر محاسبه می شود.

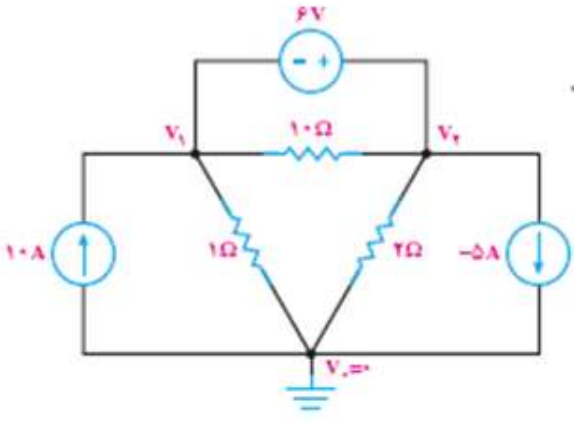
$$I_{10\Omega} = \frac{V_1 - V_2}{10} = \frac{10 - 10}{10} = 0A$$

پس در این مدار از مقاومت ۱۰ اهم جریانی عبور نمی کند. البته در رابطه ی بالا می توانستیم به صورت $\frac{V_2 - V_1}{10}$ بنویسیم که در این صورت جهت جریان به دست آمده از سمت گره ۲ به سمت گره ۱ تعیین می شد.

به هر حال، در این مثال خاص که مقدار جریان صفر است، هیچ مسئله ای نیز در مورد جهت جریان وجود ندارد.

MohandesYar.com

مثال: در مدار شکل ۱۱ توان مصرفی مقاومت ۱ اهم را به دست آورید.



شکل ۱۱

راه حل:

الف: مدار بالا به صورت ساده و مرتب داده شده است اما مشکلی در این مدار وجود دارد و آن این که چون نمی توان جریان منبع ولتاژ را محاسبه یا تعیین کرد، پس نمی توان معادله ی جریان ها را در گره ها نوشت.

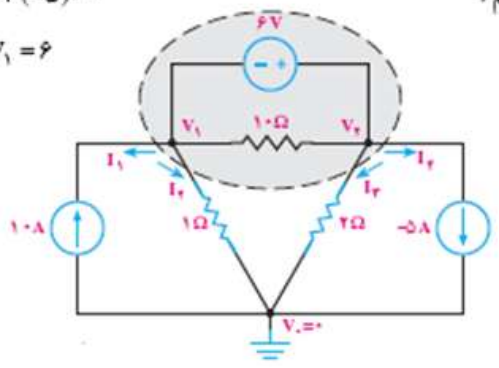
ب: برای حل چنین مدارهایی، دو گره واقع در دو طرف منبع ولتاژ را یک گره بزرگ می بینیم(شکل ۱۲) و معادله ی جریان ها را برای گره بزرگ می نویسیم. در این حالت، عناصری که بین دو گروه واقع شده اند، در معادله ظاهر نمی شوند ولی تعداد معادلات یکی کم می شود. در این جا، به راحتی می توان با توجه به معلوم بودن اختلاف پتانسیل بین دو گره اولیه، یک معادله ی جدید نوشت و به یک دستگاه معادلات رسید که در آن تعداد معادله ها با تعداد مجهولات برابر است و می توان آن را حل کرد.

MohandesYar.com

گره بزرگ KCL) $+I_1+I_2+I_3+I_4=0$

$-10+\frac{V_1}{1}+\frac{V_2}{2}+(-5)=0$ داریم :

از طرفی $\rightarrow V_2-V_1=6$



شکل ۱۲

پ: معادله ها را مرتب می کنیم و V_1 رابه دست می آوریم.

$$\left.\begin{matrix}2V_1+V_2=30\\-V_1+V_2=6\end{matrix}\right\}\Rightarrow 3V_1=24\rightarrow V_1=8V$$

ت: توان مصرفی در مقاومت ۱ اهم برابر است با:

$$P_{1\Omega}=\frac{V_1^2}{1}=64W$$

تحلیل مدار به روش جریان حلقه:

برای حل کردن مدار به روش جریان حلقه، از قانون ولتاژهای کیرشهف ($K.V.L$) استفاده می شود. بدین منظور، مراحل زیر را طی می کنیم.

الف: ابتدا مدار را تا حد ممکن ساده می کنیم.

ب: برای هر حلقه، یک جریان در جهت دلخواه منظور می کنیم. برای سادگی کار و کم تر شدن اشتباهات، بهتر است جریان همه ی حلقه ها را در یک جهت فرض کنیم. ما در این قسمت، جریان حلقه ها را در جهت حرکت عقربه های ساعت فرض می کنیم.

MohandesYar.com

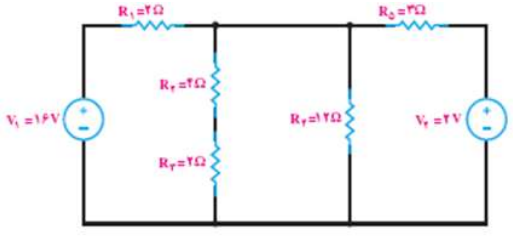
پ: با حرکت در جهت جریان انتخابی در هر حلقه، با استاده از قانون ولتاژهای کیرشهف ($K.V.L$) معادله ی ولتاژها را برای هر حلقه می نویسیم.

ت: در هنگام حرکت در یک حلقه اگر به عنصری رسیدیم که با حلقه ی دیگری مشترک است، جریان آن عنصر از جمع جبری جریان دو حلقه ی طرفین به دست می آید. با توجه به این که ما جهت جریان همه ی حلقه ها را در جهت حرکت عقربه های ساعت گرفته ایم، پس در این عناصر جریان مربوط به حلقه ی دوم، خلاف جهت جریان در حلقه ی اول است و از جریان حلقه ی اول کم می شود.

ث: با توجه به اینکه در مصرف کننده ها جریان به پلاریته ی مثبت وارد می شود و ما در هنگام نوشتن معادلات در جهت جریان حرکت می کنیم، پس ولتاژ همه ی مصرف کننده ها مثبت است. طبیعی است که ولتاژ منابع تغذیه با توجه به پلاریته ی آن ها در معادلات نوشته می شود؛ یعنی، اگر در حرکت به مثبت منبع برسیم، آن را با علامت مثبت و اگر به منفی برسیم، ولتاژ آن را با علامت منفی در معادله منظور می کنیم.

ج: به تعداد حلقه ها معادله نوشته می شود. پس n معادله با n مجهول به دست می آید. مجهولات جریان های حلقه ها هستند و با حل معادله ها جریان ها به دست می آیند در نتیجه، ولتاژ ها و توان های تمامی عناصر مدار محاسبه خواهد شد.

مثال : در مدار شکل ۱۳ توانی را که هر منبع به مدار می دهد، حساب کنید.



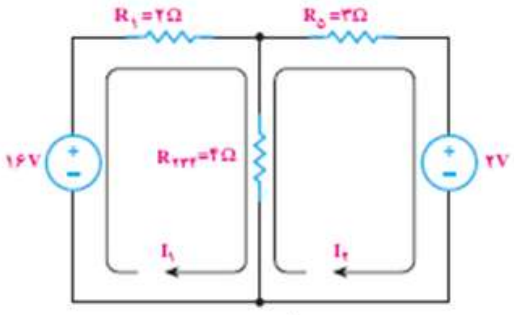
شکل ۱۳

$$R_{۲۳}=R_۲+R_۴=۴+۲=۶\Omega \text{ ، } R_{۲۳۴}=(R_{۲۳}\|R_۳)=\frac{R_{۲۳}\times R_۳}{R_{۲۳}+R_۳}=\frac{۶\times ۱۲}{۶+۱۲}=۴\Omega$$

MohandesYar.com

راه حل:

الف: مدار را تا حد ممکن ساده گرده و برای هر حلقه جریانی را در جهت حرکت عقربه های ساعت منظور می کنیم. (شکل ۱۴)



شکل ۱۴

ب: از یک نقطه در هر حلقه حرکت می کنیم و معادلات $K.V.L$ را می نویسیم.

$$\text{حلقه ۱ KVL})R_1I_1+R_{123}(I_1-I_2)-V_1=0$$
$$\rightarrow 2I_1+4(I_1-I_2)-16=0$$
$$\text{حلقه ۲ KVL})R_2I_2+V_2+R_{123}(I_2-I_1)=0$$
$$\rightarrow 3I_2+2+4(I_2-I_1)=0$$

پ: معادله ها را مرتب کرده و حل می کنیم.

$$\begin{cases}6I_1-4I_2=16\\-4I_1+7I_2=-2\end{cases}\Rightarrow I_1=4A, I_2=2A$$

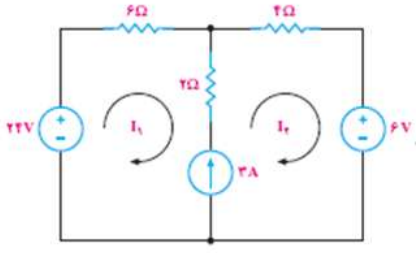
ت: برای محاسبه ی توان هر منبع باید به جهت جریان نیز توجه داشت. اگر جریان از پلارینه ی مثبت منبع خارج شود، توان ان منبع در یک منفی ضرب می شود. چنان چه حاصل توان منفی باشد، یعنی مولد به شبکه توان می دهد و اگر توان مثبت شد، یعنی مولد، خود مصرف کننده شده است.

$$P_{16V}=-(16\times I_1)=-(16\times 4)=-64W$$
$$P_{2V}=(2\times I_2)=(2\times 2)=4W$$

MohandesYar.com

پس معلوم می شود که منبع ۱۶ ولت ۶۴ وات توان به مدار می دهد ولی منبع ۲ولت، ۴ وات توان مصرف می کنند.

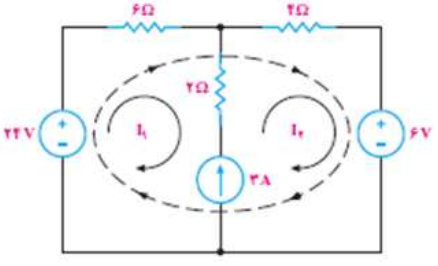
مثال : در مدار شکل ۱۵ توان مصرفی در مقاومت ۶ اهمی را محاسبه کنید.



شکل ۱۵

راه حل:

الف: مدار فوق ساده شده و جریان ها نیز تعیین شده اند و وقت آن است که معادلات $K.V.L$ نوشته شوند. اما در این مدار نمی توان معادله ی ولتاژها را برای حلقه های ۱ و ۲ نوشت؛ زیرا ولتاژ دو سر منبع جریان مشخص نیست. در چنین مواردی، معادله ی ولتاژ را برای یک حلقه ی بزرگ می نویسیم که منبع جریان در آن وجود ندارد. در این صورت، تعداد معادلات از تعداد مجهولات یکی کمتر می شود اما با توجه به معلوم بودن مقدار منبع جریان، یک معادله هم می توان برای آن نوشت. در نتیجه، تعداد معادلات و مجهولات برابر می شود و دستگاه معادلات قابل حل خواهد شد. (شکل ۱۶)



شکل ۱۶

MohandesYar.com

ب: معادلات را می نویسیم:

$$\text{برای حلقه‌ی بزرگ} \rightarrow 6I_1 + 4I_2 + 6 - 24 = 0$$
$$\text{برای منبع جریان} \rightarrow 3 = I_2 - I_1$$

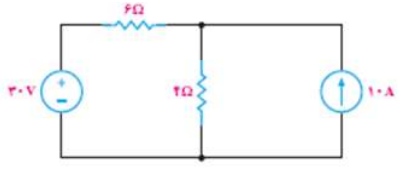
پ: دستگاه معادلات دو مجهولی را حل می کنیم و را به دست می آوریم.

$$\left.\begin{array}{l} -I_1 + I_2 = 3 \\ 6I_1 + 4I_2 = 18 \end{array}\right\} \Rightarrow 10I_1 = 6 \Rightarrow I_1 = 0/6A$$

ت: توان در مقاومت ۶ اهم برابر است با:

$$P_{6\Omega} = 6 \times I_1^2 = 6 \times 0/6^2 = 2/16W$$

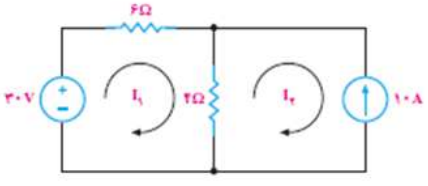
مثال: توان مصرفی در مقاومت ۴ اهمی را در شکل ۱۷ به روش جریان حلقه محاسبه کنید.



شکل ۱۷

راه حل:

الف: ابتدا جریان حلقه ها را تعیین می کنیم.



شکل ۱۸

MohandesYar.com

ب: سپس معادلات حلقه را می نویسیم. ملاحظه می کنید که بازهم برای حلقه ی دوم نمی شود معادله ی *K.V.L* نوشت؛ زیرا ولتاژ دو سر منبع جریان مشخص نیست ولی مقدار I_2 از شکل ۱۸ پیداست و برابر ۱۰- آمپر است. پس کافی است معادله ی *k.V.L.* را برای حلقه اول بنویسیم، آن را حل کنیم و جریان I_1 را به دست آوریم.

$$\text{۱ حلقه KVL})6I_1 + 4(I_1 + I_2) - 30 = 0$$
$$I_2 = -10A$$
$$6I_1 + 4(I_1 + 10) - 30 = 0 \rightarrow 10I_1 = -10 \rightarrow I_1 = -1A$$

پ: جریان مقاومت ۴ اهم برابر است با:

$$I_{4\Omega} = I_1 - I_2 = -1 + 10 = 9A$$

ت: توان در مقاومت ۴ اهم نیز برابر است با:

$$P_{4\Omega} = 4 \times 9^2 = 324W$$

همان طور که دیدید، مثال را به هر سه روش اصل جمع آثار، پتانسیل گره و جریان حلقه حل کردیم و در هر سه مورد به یک پاسخ رسیدیم. پس مدارها را به روش های مختلف می توان تحلیل کرد ولی باید ببینیم که کدام روش ساده تر به نتیجه می رسد. به نظر می رسد اگر در مداری تعداد حلقه ها زیاد ولی تعداد گره ها کم باشد، استفاده از روش پتانسیل گره مناسب تر است و اگر تعداد حلقه ها کمتر از تعداد گره ها باشد، استفاده از روش جریان حلقه بهتر است؛ زیرا معادلات کمتری تشکیل می شود وحل کردن آن ها ساده تر است.

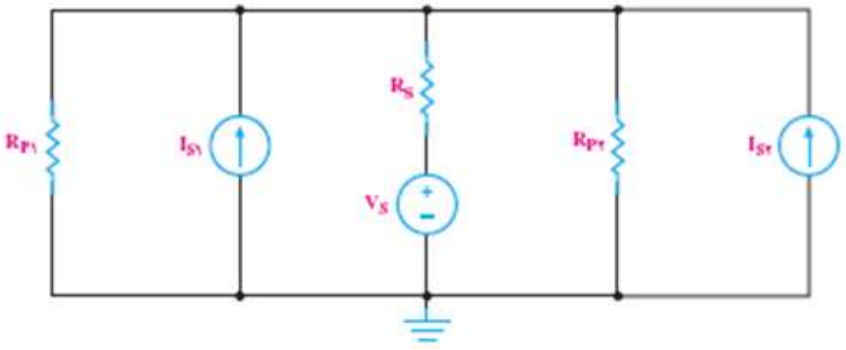
تبدیل منابع ولتاژ و جریان به یکدیگر:

در تحلیل مدارهای الکتریکی مواردی پیش می آید که به نظر می رسد اگر به جای منبع ولتاژ، یک منبع جریان در مدار باشد تحلیل مدار ساده تر انجام می گیرد. به شکل ۱۹ توجه کنید.

اگر در این مدار به جای منبع واقعی V_s یک منبع جریان واقعی وجود داشت، همه ی منابع مقاومت های مداربا هم موازی بودند و به راحتی با یک محاسبه مقاومت معادل، استفاده از قوانین اهم و جریان های کیرشهف ولتاژ V_S به دست می آمد. مطلب یاد شده این فکر را به وجود می آورد که چگونه می توان منابع ولتاژ و جریان را جایگزین

MohandesYar.com

یکدیگر کرد. برای این منظور، چنان چه منابع را جایگزین هم کنیم، نباید در شرایط مصرف کننده تغییری ایجاد شود. پس اگر منابع ولتاژی را جایگزین منبع جریانی کنیم بدون آن که جریان و ولتاژ مصرف کننده تغییر کند، می توان گفت این دو منبع معادل هم هستند. با توجه به توضیحات فوق منابع معادل را هم به صورت زیر می توان محاسبه کرد.

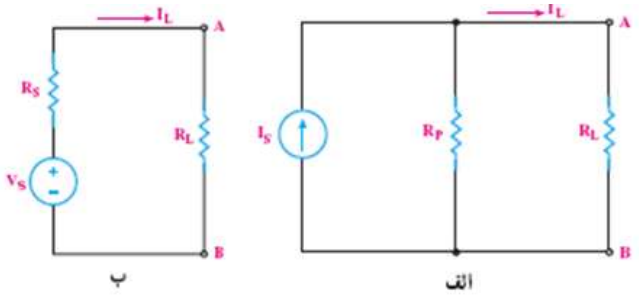


شکل ۱۹

به شکل ۲۰ نگاه کنید؛ مصرف کننده ی R_L در هر دو مدار یکی است. ابتدا جریان مصرف کننده ها را در هر دو مدار حساب می کنیم.

در مدار الف داریم:

$$I_L = I_S \frac{R_P}{R_L + R_P}$$



شکل ۲۰

MohandesYar.com

در مدار ب داریم:

$$I_L = \frac{V_S}{R_L + R_S}$$

اکنون برای اینکه دو منبع شکل ۲۰ الف و ب معادل هم باشند، باید جریان I_L درهر دو حالت برابر باشد. با مساوی قرار دادن جریان ها داریم:

$$\frac{V_S}{R_L + R_S} = \frac{I_S R_P}{R_L + R_P}$$

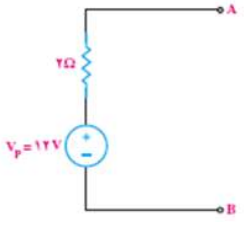
در معادله ی بالا اگر صورت کسرها با هم برابر باشتد، زمانی تساوی برقرار می شود که مخرج کسرها نیز با هم برابر باشند. در این صورت می توان نوشت:

$$R_L + R_S = R_L + R_P \rightarrow \boxed{R_S = R_P}$$

$$\boxed{V_S = I_S R_P}$$

و در این جا می توان نتیجه گرفت که برای تبدیل یک منبع جریان به منبع ولتاژ، مقاومت داخلی منبع ولتاژ با مقاومت داخلی منبع جریان برابر است و ولتاژ آن از حاصل ضرب جریان در مقاومت داخلی منبع به دست می آید. به عکس، اگر بخواهیم منبع ولتاژی را به منبع جریان تبدیل کنیم، کافی است ولتاژ منبع را بر مقاومت داخلی آن تقسیم کنیم تا مقدار منبع جریان معادل به دست می آید. بدیهی است که مقاومت داخلی منبع جریان نیز به اندازه ی مقاومت داخلی منبع ولتاژ خواهد بود.

مثال : منبع جریان معادل منبع ولتاژ شکل ۲۱ را به دست آورید.



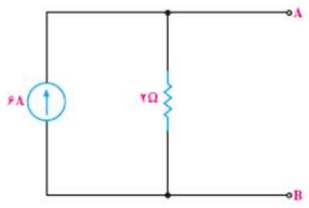
شکل ۲۱

MohandesYar.com

راه حل:

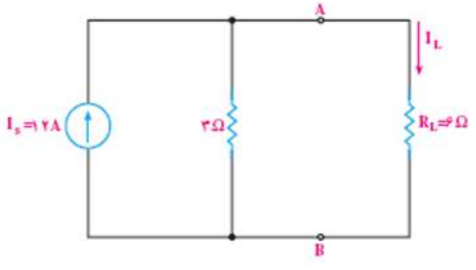
$$R_P = ۲\Omega \text{ و } I_S = \frac{۱۲}{۲} = ۶A$$

پس منبع جریان معادل به صورت شکل ۲۲ در می آید.



شکل ۲۲

مثال: در شکل ۲۳ ابتدا جریان مصرف کننده (R_L) را حساب کنید. سپس منبع ولتاژ معادل منبع جریان مدار را محاسبه کرده شکل مدار را رسم کنید و بار دیگر جریان مصرف کننده را محاسبه کنید.



شکل ۲۳

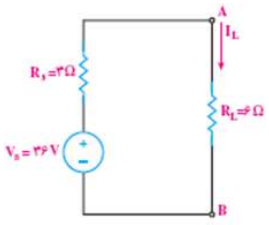
راه حل:

$$I_L = ۱۲ \times \frac{۳}{۳+۶} = ۴A$$

$$V_S = ۱۲ \times ۳ = ۳۶V \text{ ، } R_S = ۳\Omega$$

MohandesYar.com

اکنون مدار به صورت شکل ۲۴ خواهد شد.



شکل ۲۴

در این حالت، جریان I_L را داریم:

$$I_L = \frac{۳۶}{۳+۶} = ۴A$$

ملاحظه می کنید که جریان مصرفکننده باز هم ۴ آمپر است. بدیهی است ولتاژ و توان مصرفی آن نیز تغییر نمی کند.

لازم به یادآوری است که منابع ایده آل را نمی توان به یکدیگر تبدیل کرد.

تبدیلات تونن و نورتن مدارهای الکتریکی:

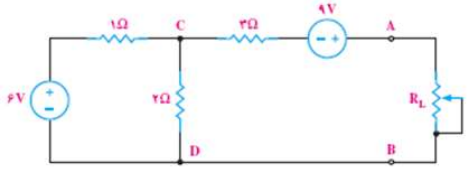
در تجزیه و تحلیل مدارهای الکتریکی به مواردی برخورد می کنیم که مدار از عناصر زیادی درست شده است و تعداد زیادی حلقه و گره دارد اما هدف ما فقط بررسی یک عنصر در مدار است و می خواهیم بدانیم با تغییرات این عنصر، مثلاً جریا یا توان ان چه تغییراتی خواهند داشت. در این مورد، تحلیل تکراری مدار بسیار مشکل خواهد بود. حتی اگر از روش های رایانه ای نیز برای تحلیل استفاده کنیم، باز محاسبه های مکرر به زمان بیشتری نیاز دارد. برای از بین بردن این مشکل راه حل هایی ارائه شده است. به این ترتیب که همیشه می توان تمامی عناصر مدار را از دو سر بار یا عنصر مورد نظر به صورت یک منبع واقعی جریان یا ولتاژ، معادل سازی کرد. اگر مدار را به صورت یک منبع ولتاژ واقعی معادل سازی کنیم، مدار را معادل تونن گویند و اگر به صورت منبع جریان واقعی معادل سازی کنیم آن را معادل نورتن مدار گویند. در این جا با ذکر مثال هایی چگونگی محاسبه ی معادل تونن و نورتن مدارهای الکتریکی را بیان می کنیم. تونن و نورتن دو دانشمند بودند که در زمینه ی مخابرات کار می کردند.

MohandesYar.com

معادل تونن مدارهای الکتریکی:

برای به دست آوردن معادل تونن مدار، ابتدا بار یا عنصر مورد نظر را از مدار جدا می کنیم، سپس اختلاف پتانسیل بین دو نقطه ای را که بار از آن جا جدا شده است، به یکی از روش های تحلیل که قبلاً آموختیم محاسبه می کنیم. ولتاژ به دست آمده که به آن ولتاژ مدار باز (V_{oc}) گفته می شود، همان ولتاژ تونن (V_{th}) مدار است. برای به دست آوردن مقاومت معادل مدار، تمام منابع را بی اثر می کنیم (منابع جریان باز و منابع ولتاژ اتصال کوتاه). سپس با نگاه از دو نقطه ای که بار از آنجا بازشده به مدار، مقاومت معادل کل را به دست می آوریم. این مقاومت تونن مدار (R_{th}) خواهد بود.

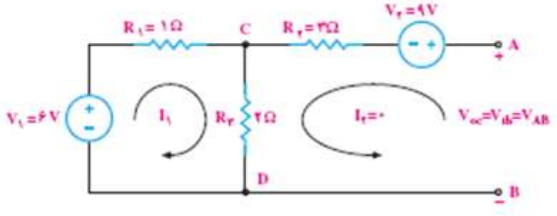
مثال: در مدار شکل ۲۵ برای این که بتوانیم اثر تغییرات بار را بررسی کنیم، معادل تونن مدار را به دست می آوریم.



شکل ۲۵

راه حل:

ابتدا مطابق شکل ۲۶ بار را از مدار جدا کرده و سپس ولتاژ بین دو پایانه ی AوB را محاسبه می کنیم.



شکل ۲۶

در مدار شکل ۲۶ بین دو نقطه ی A و B باز است؛ بنابراین $I_2=0$ می شود و با اعمال KVL به حلقه I_1 داریم:

$$KVL) -V_1+R_1I_1+R_3(I_1+I_2)=0$$

MohandesYar.com

مقادیر V_1 و I_2 را جایگزین می کنیم و I_1 را به دست می آوریم.

$$-۶+۱\times I_1+۲(I_1+۰)=۰\Rightarrow I_1=۲A$$

با به دست آوردن I_1 می توان V_{OC} را با اعمال KVL به حلقه I_2 به دست آورد:

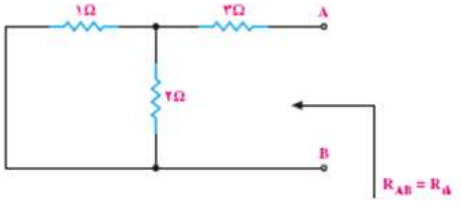
$$KVL۲)R_۲(I_۲+I_1)-V_{OC}+V_۲+R_۲I_۲=۰$$
$$۲(۰+۲)-V_{OC}+۹+۳(۰)=۰$$

بنابراین داریم:

$$V_{OC}=۹+۴=۱۳V$$
$$V_{OC}=V_{th}=۱۳V$$

V_{OC} همان V_{th} است.

اکنون منابع ولتاژ مدار را مطابق شکل ۲۷ بی اثر می کنیم و مقاومت معادل آن را از دو پایانه ی A و B به دست می آوریم.

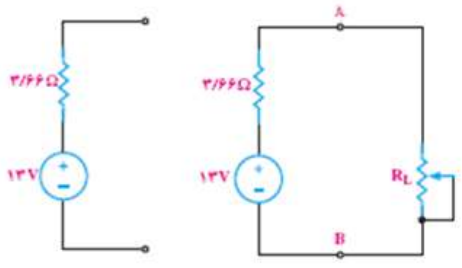


شکل ۲۷

$$R_{th}=\frac{۱\times۲}{۱+۲}+۳=۳/۶۶\Omega$$

MohandesYar.com

اکنون معادل تونن مدار به صورت شکل به دست آمده است. می توان بار را به مدار معادل وصل کرد(شکل ۲۸) و تحلیل لازم را انجام داد.

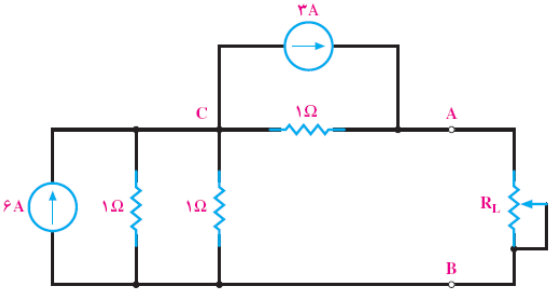


شکل ۲۸

معادل نورتن مدارهای الکتریکی:

برای به دست آوردن معادل نورتن مدار،باز هم ابتدا بار را از مدار جدا می کنیم. برای به دست آوردن مقاومت معادل نورتن مدار (R_N) نیز درست به همان صورتی عمل می کنیم که هنگام به دست آوردن مقاومت معادل تونن انجام می دادیم. پس می توان گفت مقاومت های معادل تونن و نورتن یکی هستند $(R_N = R_{th})$ اما برای محاسبه ی جریان معادل تورتن مدار، پس از باز کردن بار، دو پایانه ای را که بار از آن جا باز شده است اتصال کوتاه می کنیم و سپس جریان عبوری از این اتصال کوتاه را محاسبه می کنیم. این جریان که به جریان مدار اتصال کوتاه (I_{SC}) معروف است، همان جریان معادل نورتن مدار (I_N) است.

مثال: در شکل ۲۹ معادل نورتن مدار را بدست آورید.

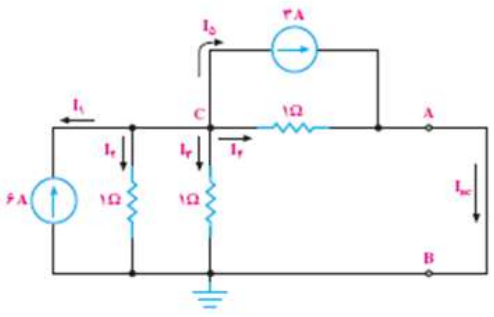


شکل ۲۹

MohandesYar.com

راه حل:

۱- ابتدا بار را جدا کرده و دو پایانه ی A و B را اتصال کوتاه می کنیم(شکل ۳۰).



شکل ۳۰

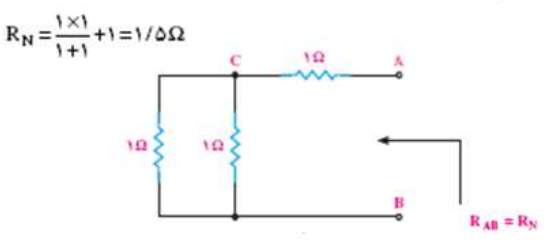
۲- این مدار را می توان از روش پتانسیل گره حل کرد و I_{SC} را محاسبه نمود. توجه داشته باشید که در این حالت گره های A و B به یک گره تبدیل می شوند. پس می توان نوشت:

$$\text{C گره KCL}) -I_۱ + I_۲ + I_۳ + I_۴ + I_۵ = ۰$$
$$-۶ + \frac{V_c}{۱} + \frac{V_c}{۱} + \frac{V_c}{۱} + ۳ = ۰ \rightarrow V_c = ۱V$$

به این ترتیب جریان در هر یک از مقاومت ها نیز یک آمپر است، و همگی از گره C خارج می شوند. جریان I_{SC} نیز از مجموع دو جریان (یکی منبع $۳A$ و دومی مقاومت) به دست می آید. پس داریم:

$$I_{SC} = ۳ + ۱ = ۴A$$
$$I_{SC} = I_N = ۴A$$

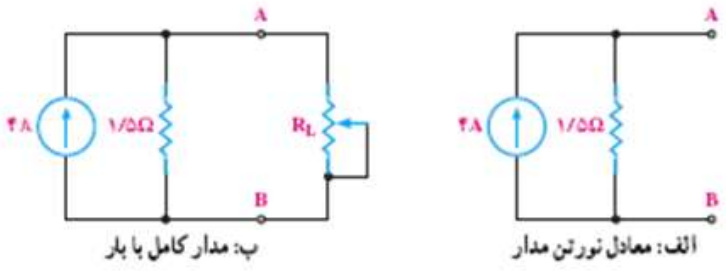
مقاومت معادل نورتن با بی اثر کردن منابع- در حالی که مقاومت بار باز نشده است- به دست می آید (شکل ۳۱).



MohandesYar.com

شکل ۳۱

۳- معادل نورتن مدار و مدار کامل به صورت شکل ۳۲ است.



شکل ۳۲

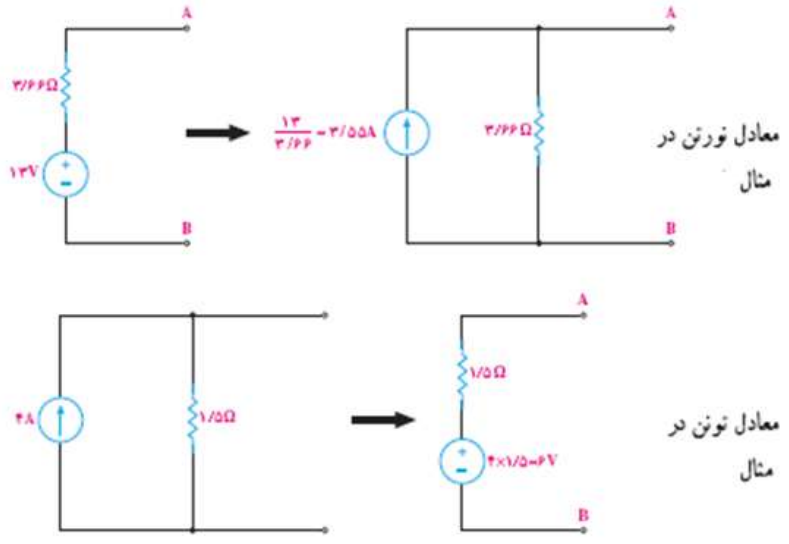
۴- گاهی ممکن است معادل تونن مداری را داشته باشیم و سپس به دنبال معادل نورتن همان مدار بگردیم یا به عکس معادل نورتن را دشته باشیم و به دنبال معادل تونن باشیم، در این گونه موارد به راحتی می توانیم با تبدیل منابع، معادل دیگر را برای مدار به دست آوریم.

مثال: در مثال ما قبل معادل نورتن و در مثال قبل معادل تونن مدار را به دست آورید.

راه حل: تصاویر شکل ۳۳

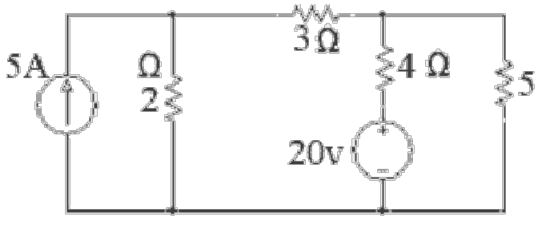
تذکر: برای جلوگیری از اشتباه و تعیین جهت صحیح جریان منابع و پلاریته ی ولتاژ آن ها به جهت جریان اتصال کوتاه (I_{SC}) و همچنین به پلاریته ی ولتاژ مدار باز (V_{OC}) کاملاً دقت کنید.

MohandesYar.com

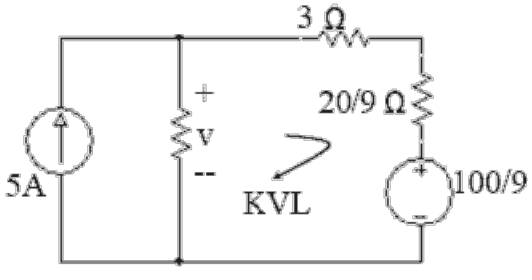


شکل ۳۳

توان تحویل داده شده توسط منبع جریان ۵ آمپر در شکل زیر چقدر است.



ابتدا مدار نورتن منبع ۲۰ ولت و مقاومت ۴ اهم را رسم می کنیم.



KVL : V=3[5-(7⁄2)]+(20⁄9)[5-(7⁄2)]-(100⁄9) = 54⁄13

P=VI=5×(54⁄13)=20.77

انتقال ماکزیمم توان به بار:

یکی از مسائلی که در مدارهای الکتریکی مطرح می شود، این است که در چه شرایطی می توان ماکزیمم توان ممکن را به بار منتقل کرد. از آنجا که منابع تغذیه دارای مقاومت داخلی هستند، تمامی توانی را که به مدار تحویل می دهند به بار نمی رسد. انتقال ماکزیمم توان ممکن را به بار تطابق می گویند.

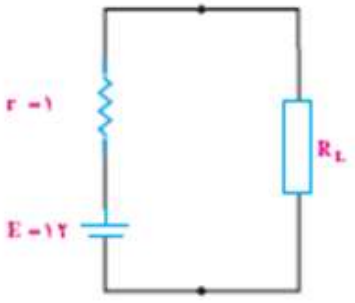
به خصوص در مدارهای الکترونیک که عناصر زیادی در مدار وجود دارد و مدار از قسمت ها و طبقات مختلفی درست شده است، ایجاد تطابق بین طبقات مختلف مدار و انتقال ماکزیمم توان از یک طبقه به طبقه ی دیگر مسئله ی مهمی است. در نتیجه، چگونگی انتقال ماکزیمم توان مورد توجه قرار می گیرد. اگر مقاومت بار صفر باشد، چون دو سر ولتاژ صفر می شود پس توان آن نیز صفر می شود. بدیهی است اگر بار دارای ولتاژ و جریان باشد، دارای توان نیز خواهد بود. پس اگر مقاومت بار از صفر بزرگتر شود و تا بی نهایت افزایش یابد، توان آن از صفر بزرگ تر می شود و مجدداً به صفر می رسد. در این بین حالتی وجود دارد که توان مصرف کننده به بیشترین مقدار می رسد. محاسبه ها نشان می دهند که زمانی ماکزیمم بار به مصرف کننده منتقل می شود که مقاومت بار با مقاومت داخلی منبع تغذیه برابر باشد.

اگر مدار دارای عناصر زیادی باشد، می توان با به دست آوردن معادل تونن یا نورتن مدار از دو سر بار، تمامی مدار را به صورت یک منبع ولتاژ یا جریان واقعی نشان داد. در این صورت، می توان گفت زمانی ماکزیمم توان به بار منتقل می شود که مقاومت بار با مقاومت معادل تونن و نورتن برابر باشد.

مثال: یک باتری مطابق شکل ۳۴ با مقاومت داخلی ۱ اهم، نیروی محرکه ۱۲ ولت را تولید می کند. این باتری در چه جریانی می تواند ماکزیمم توان را به بار دهد؟ در این حال توان مصرف کننده چند وات است؟

MohandesYar.com

اگر مقاومت بار را به ترتیب $R_L = ۳\Omega$ ، $R_L = ۰/۵\Omega$ در نظر بگیریم در هر مرحله توان مصرفی چند وات می شود؟



شکل ۳۴

راه حل:

اولاً: در صورت انتقال توان ماکزیمم مقاومت مصرف کننده باید با مقاومت داخلی مولد یعنی ۱ اهم برابر باشد.

پس می توان نوشت:

$$R_L = r = ۱\Omega$$
$$I = \frac{E}{R_A + R_L} = \frac{۱۲}{۱+۱} = ۶A$$
$$P_{max} = R_L \times I^۲ = ۱ \times ۶^۲ = ۳۶W$$

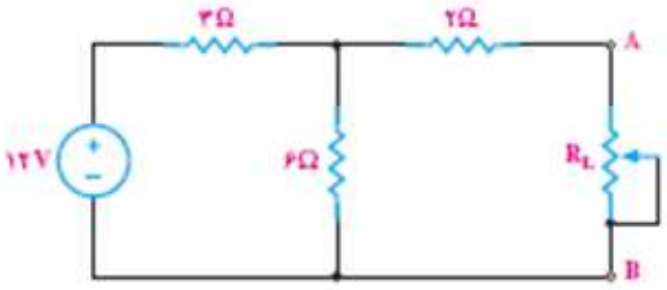
ثانیاً:

$$P_{۲۱} = R_L \left[\frac{E}{r + R_L}\right]^۲ = ۲ \times \left[\frac{۱۲}{۱+۳}\right]^۲ = ۲۷W$$
$$P_{۲۲} = ۰/۵ \times \left[\frac{۱۲}{۱+۰/۵}\right]^۲ = ۳۲W$$

ملاحظه می شود توان مصرفی در هر دو حالت فرض دوم از حالت اول کم تر است؛ یعنی وقتی مقاومت بار از ۱ اهم کمتر یا زیادتر باشد، توان مصرفی کوچک شده است. پس در مقاومت ۱ اهم توان مصرفی ماکزیمم است.

مثال: در مدار شکل ۳۵ ماکزیمم توانی که می تواند به بار منتقل شود، چند وات است و در چه مقدار از مقاومت بار حاصل می شود؟

MohandesYar.com



شکل ۳۵

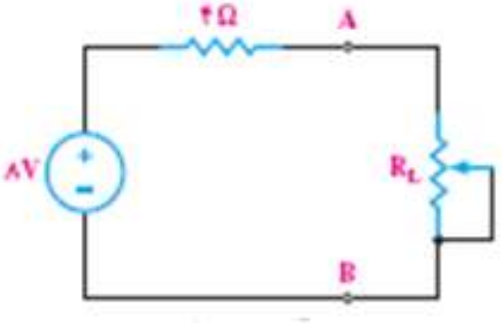
راه حل:

ابتدا مقاومت بار را از مدار جدا می کنیم و معادل تونن مدار را از دو نقطه ی A و b به دست می آوریم. با توجه به این که در صورت باز شدن R_L از مقاومت ۲ اهمی جریان نمی گذرد و ولتاژ آن صفر است، پس V_{OC} همان ولتاژ دو سر مقاومت ۶ اهم است. در نتیجه می توان نوشت:

$$V_{th} = V_{OC} = V_{۶\Omega} = ۱۲ \times \frac{۶}{۳+۶} = ۸V$$

$$R_{th} = \frac{۳ \times ۶}{۳+۶} + ۲ = ۲ + ۲ = ۴\Omega$$

اکنون مدار را به صورت شکل ۳۶ داریم:



شکل ۳۶

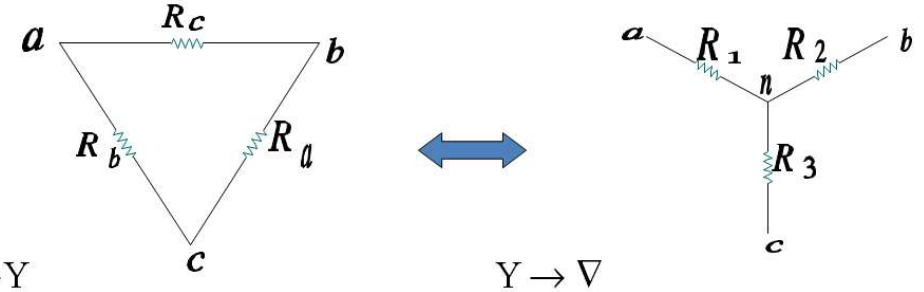
پس برای انتقال ماکزیمم توان R_L باید مساوی ۴ اهم باشد و توان ماکزیمم در R_L برابر است با:

$$P_{max} = \left(\frac{۸}{۴+۴}\right)^۲ \times ۴ = ۴W$$

MohandesYar.com

تبدیل ستاره مثلث:

می توان مقاومتها و امپدانسهایی را که به صورت مثلث بسته شده اند به مقاومتها یا امپدانسهایی به صورت ستاره تبدیل کرد و بلعکس. برای استفاده از تبدیل ستاره مثلث تنها باید دانست که استفاده ا هر روش در کجا تحلیل مدار را ساده تر می کند. به شکل صفحه بعد و معادلات تبدیل ستاره مثلث توجه کنید.



$\nabla \rightarrow Y$

$$R_1 = \frac{R_b R_c}{R_a + R_b + R_c}$$

$$R_2 = \frac{R_c R_a}{R_a + R_b + R_c}$$

$$R_3 = \frac{R_a R_b}{R_a + R_b + R_c}$$

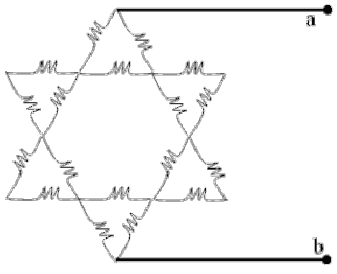
$Y \rightarrow \nabla$

$$R_a = \frac{R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_3 R_1}{R_1}$$

$$R_b = \frac{R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_3 R_1}{R_2}$$

$$R_c = \frac{R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_3 R_1}{R_3}$$

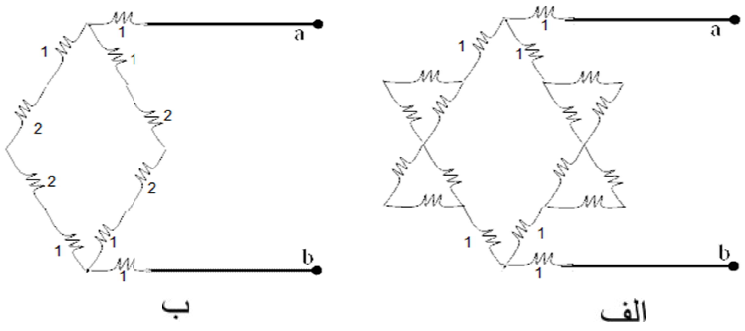
مثال: مقاومت معادل مدار شکل ۳۷ زیر را از دو سر محاسبه کنید. (تمام مقاومتها ۳ اهمی هستند)



شکل ۳۷

MohandesYar.com

حل: برای دو مثلث بالایی و پایینی معادل ستاره را جایگزین کرده ومقاومت معادل شاخه های جانبی را نیز حساب می کنیم. به شکل ۳۸ توجه کنید.



شکل ۳۸

$R_{eq}=1+1+(6||6)=5\Omega$

مدارهای شامل سلف و خازن:

همان طور که قبلاً خواندید، وقتی یک خازن به منبع ولتاژ جریان مستقیم وصل می شود، ابتدا جریان نسبتاً بزرگی در مدار جریان می یابد و خازن رفته رفته شارژ می شود تا ولتاژ دو سر آن به اندازه ی ولتاژ منبع برسد. در همین حالت، جریان مدار هم به تدریج کوچک می شود تا وقتی که خازن کاملاً شارژ شود. در این حالت، جریان مدار به صفر می رسد. پس ازاین فرآیند که حدود ۵ ثابت زمانی طول می کشد، خازن در مدار مانند یک کلید باز عمل می کند. وقتی ۵ ثابت زمانی سپری می شود، در اصطلاح می گویند مدار به حالت پایدار یا ماندگار خود رسیده است. پس در مدارهای جریان مستقیم و در حالت ماندگار، خازن به صورت یک کلید باز عمل می کند. در حالی که به اندازه ی ولتاژ اعمال شده به دو سر آن، شارژ شده است. هم چنین ملاحظه کردید که سلف در مدار با تغییرات جریان مخالف است؛ بنابراین وقتی در یک مدار جریان مستقیم شامل سلف کلید مدار را وصل می کنیم، ابتدا سلف با ایجاد یک ولتاژ خودالقایی در خلاف جهت ولتاژ اعمال شده با برقراری جریان مخالفت می کند و جریان کمی در مدار جاری می شود اما رفته رفته این مخالفت کاهش می یابد و از بین می رود. به طوری که پس از گذشت ۵ ثابت زمانی، جریان مدار به حداکثر مقدار خود می رسد و نیروی محرکه خودالقایی سلف صفر می شود. به طوری که می توان گفت وقتی یک مدار جریان مستقیم شامل سلف به حالت ماندگار می رسد ولتاژ دو سر سلف صفر است و سلف به صورت یک هادی اتصال کوتاه عمل می کند. در واقع دیگر در مدار دیده نمی شود و نقشی ندارد. البته در

MohandesYar.com

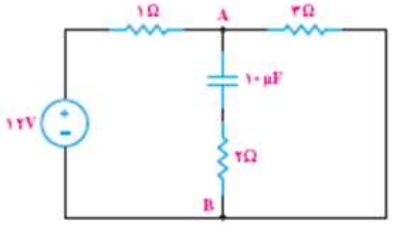
این حالت، به دلیل عبور جریان از سلف، مقداری انرژی در آن ذخیره می شود. ضمن این که جریان مدار ماکزیمم است. از زمان کلیدزنی تا زمان پایدار شدن را می گوییم مدار در حالت گذراست.

از آنجا که در عمل در بسیاری موارد و به خصوص در وسایل الکترونیکی به مدارهای جریان مستقیمی بر می خوریم که از عناصر غیر فعالی چون سلف ، خازن و مقاومت اهمی درست شده اند، به حل کردن نمونه هایی از این مدارها در حالت پایدار می پردازیم. لازم به ذکر است که بررسی مدارها در حالت گذر از حیطه ی این درس خارج است و در دوره های عالی تر به آن می پرازند.

مثال: مدار شکل ۳۹ در حالت ماندگار است، مطلوب است محاسبه:

الف- جریان مقاومت ۳ اهمی

ب- انرژی ذخیره شده در خازن.

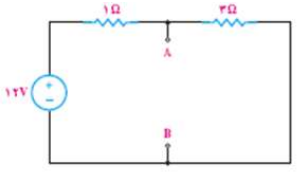


شکل ۳۹

راه حل:

الف- در حالت ماندگار، خازن شارژ می شود و مانند کلید باز عمل می کند. پس مدار به صورت شکل ۴۰ در می آید و جریان مقاومت ۳ اهمی برابر است با:

$$I_{۳\Omega}=\frac{۱۲}{۱+۳}=۳A$$



شکل ۴۰

MohandesYar.com

ب- اختلاف پتانسیل بین دو نقطه ی A و B برابر است با:

$$V_{AB} = ۳\Omega \times ۳A = ۹V$$

چون از شاخه ی خازن دار جریان عبور نمی کند. پس ولتاژ دو سر مقاومت ۲ اهمی صفر و ولتاژشارژ خازن همان ۹ ولت است. در نتیجه داریم:

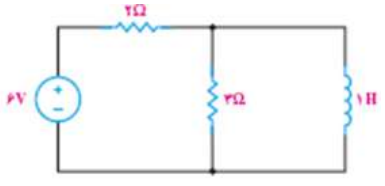
$$W_C = \frac{۱}{۲}CV_{AB}^{۲} = \frac{۱}{۲} \times ۱۰ \times ۱۰^{-۶} \times ۹^{۲} = ۴۰۵ \times ۱۰^{-۶} \text{ ژول}$$

همان طور که می بینید، با وجود اینکه جریان خازن صفر است ولی در آن مقداری انرژی ذخیره شده است.

مثال: مدار شکل ۴۱ در حالت پایدار است. مطلوب است محاسبه ی:

الف: جریان مقاومت ۳ اهمی.

ب: انرژی ذخیره شده در سلف.

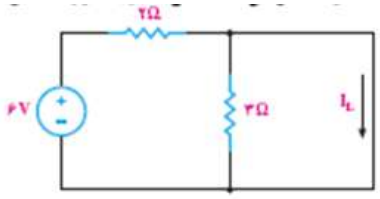


شکل ۴۱

راه حل:

الف: در حالت ماندگار سلف به صورت اتصال کوتاه عمل می کند یعنی مدار به صورت شکل ۴۲ در می آید و چون دو سر مقاومت ۳ اهمی اتصال کوتاه است پس جریان از آن نمی گذرد و داریم: $I_{۳\Omega} = ۰$

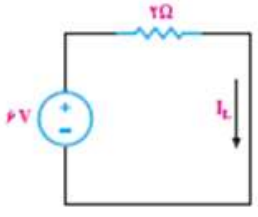
MohandesYar.com



شکل ۴۲

ب: در حالت ماندگار، مدار به صورت شکل ۴۳ است. در نتیجه جریانی که از سلف می گذرد برابر است با:

$$I_L = \frac{6V}{2\Omega} = 3A$$

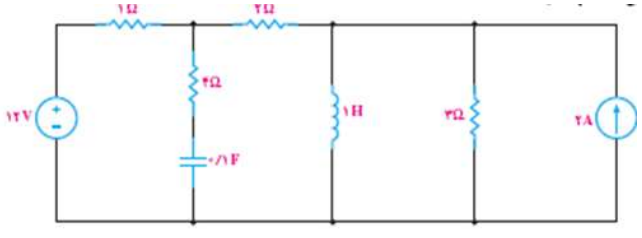


شکل ۴۳

پس انرژی ذخیره شده در سلف برابر است با:

$$W_L = \frac{1}{2}LI_L^2 = \frac{1}{2}\times 1\times 3^2 = 4/5 \text{ ژول}$$

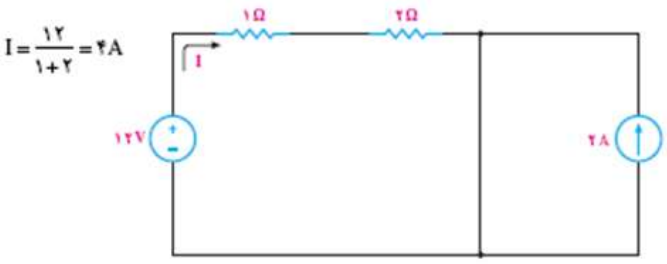
مثال: مدار شکل ۴۴ در حالت پایدار است. توانی که منبع ۱۲ ولت به مدار می دهد، چند وات است؟



شکل ۴۴

راه حل: چون مدار در حالت پایدارقرار دارد، پس سلف اتصال کوتاه و خازن مدار باز است. در نتیجه، مقاومت ۳ اهم نیز اتصال کوتاه است و مدار به صورت شکل ۴۵ در می آید. در این مدار، مقدار I برابر است با:

MohandesYar.com



شکل ۴۵

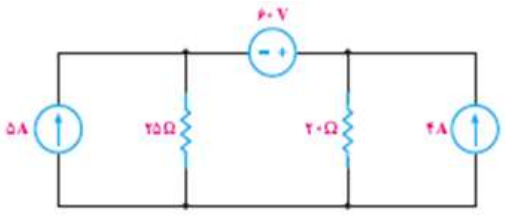
وتوانی که منبع ۱۲ ولت به مدار تزریق می کند برابر است با:

$$P_{۱۲V}=۱۲\times۴=۴۸ \text{ وات}$$

MohandesYar.com

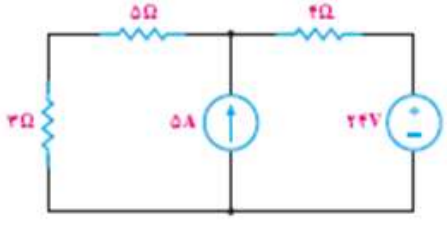
تمرین ها:

۱- در مدار شکل ۴۶ با استفاده از روش پتانسیل گره، توان منبع ولتاژ را محاسبه کنید.



شکل ۴۶

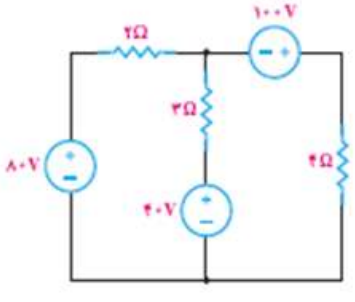
۲- در شکل ۴۷ با استفاده از اصل جمع آثار توان را در مقاومت ۳ اهمی محاسبه کنید.



شکل ۴۷

۳- در مدار شکل ۴۶ ابتدا منابع جریان را به منبع ولتاژ تبدیل کنید و سپس به کمک روش جریان حلقه، جریان منبع ۶۰ ولت را محاسبه کنید.

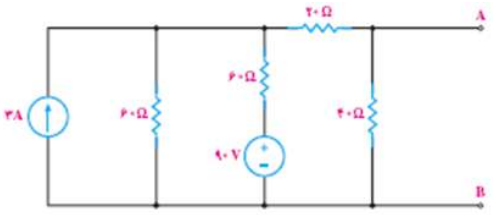
۴- در مدار شکل ۴۸ با استفاده از روش جریان حلقه، توان مصرفی در مقاومت ۳ اهمی را حساب کنید.



شکل ۴۸

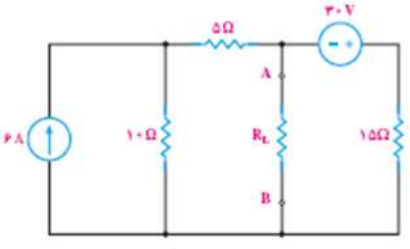
MohandesYar.com

۵- در شکل ۴۹ معادل تونن مدار را از دو پایانه ی A و B محاسبه و رسم کنید.



شکل ۴۹

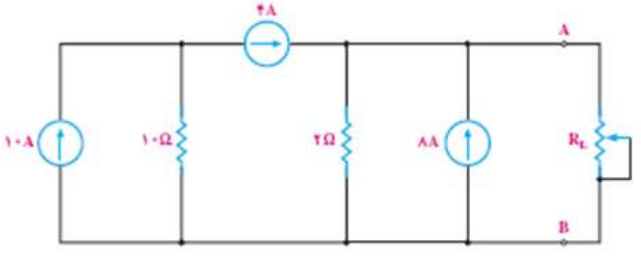
۶- در شکل ۵۰ معادل نورتن مدار را از دو پایانه ی A و B محاسبه و رسم کنید. سپس با استفاده از تبدیل منابع، معادل تونن مدار را به دست آورید.



شکل ۵۰

۷- در شکل ۵۰ معادل تونن مدار را با محاسبه ی V_{oc} به دست آورید.

۸- در شکل ۵۱ مقاومت بار و توان آن را در حالتی که توان انتقالی به بار ماکزیمم باشد، محاسبه کنید.



شکل ۵۱

۹- در مدار شکل ۴۷ توان مصرفی مقاومت ۳ اهمی را یک بار با استفاده از روش پتانسیل گره و بار دیگر با استفاده از جریان حلقه محاسبه کنید.

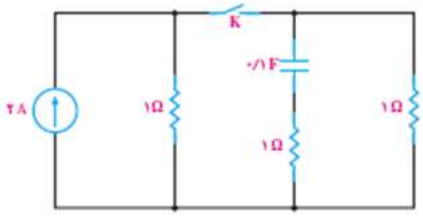
MohandesYar.com

۱۰-در شکل ۴۶ توان منبع ولتاژ ۶۰ ولتی را با استفاده از روش جریان حلقه و بدون تبدیل منابع محاسبه کنید.

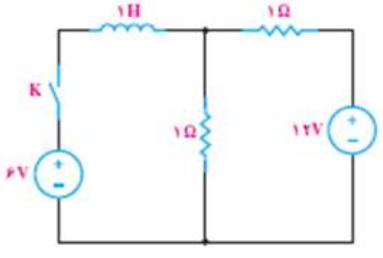
۱۱-در مدار شکل ۴۸ توان مصرفی مقاومت ۳ اهمی را با استفاده از روش پتانسیل گره حساب کنید.

۱۲-در شکل ۴۹ و شکل ۵۰ ماکزیمم توانی را که می تواند به بار منتقل شود، حساب کنید. در این حالت مقاومت های بار چند اهم هستند؟

۱۳-در مدارهای شکل ۵۲ و شکل ۵۳ پس از وصل شدن کلید K و سپری شدن ۵ ثابت زمانیانرژی ذخیره شده در سلف و خازن را محاسبه کنید.

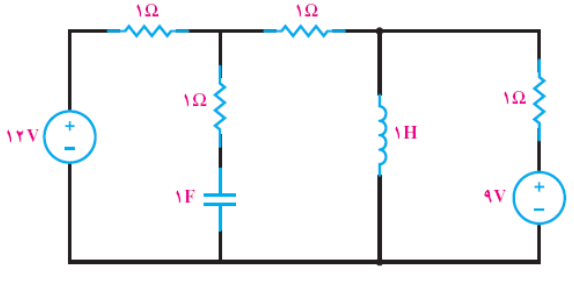


شکل ۵۲



شکل ۵۳

۱۴-مدار شکل ۵۴ در حالت ماندگار است. توانی که هر کدام از منابع به مدار می دهند چند وات است؟



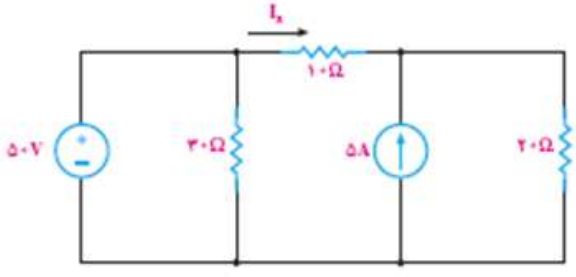
شکل ۵۴

MohandesYar.com

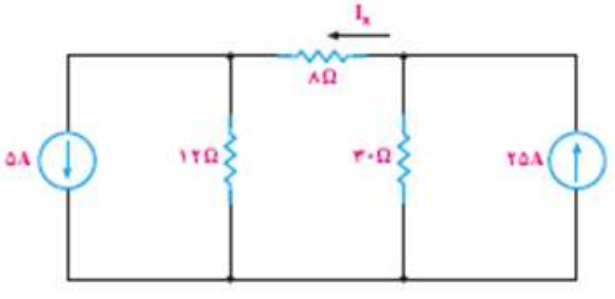
تمرین های مکمل

برای تمرین بیشتر مسائل تکمیل کننده زیر را حل کنید.

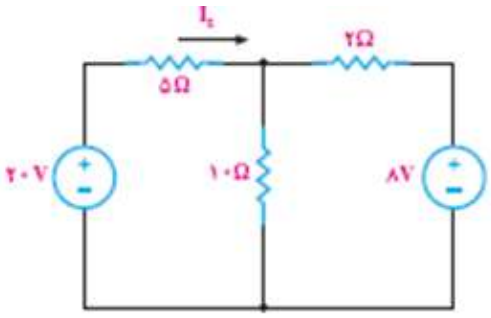
۱-در مدارهای شکل ۵۵ تا شکل ۵۷ مطلوب است محاسبه ی جریان با استفاده از روش های الف: اصل جمع آثار ب: پتانسیل گره پ: جریا حلقه.



شکل ۵۵

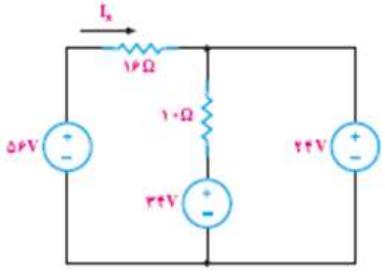


شکل ۵۶



شکل ۵۷

۲-در مدار شکل ۵۸ مطلوب است:



شکل ۵۸

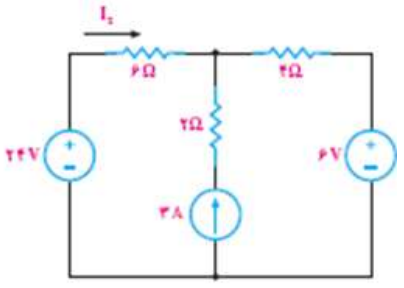
الف: جریان I_x .

ب: توان مصرفی در مقاومت ۱۰ اهمی.

پ: توان تولیدی منبع ولتاژ ۲۴ ولتی.

MohandesYar.com

۳-در مدار شکل ۵۹ مطلوب است:



شکل ۵۹

الف: جریان *Ix*

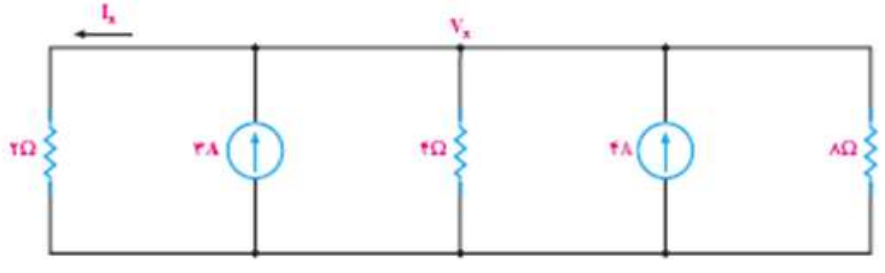
ب: توان تولیدی منبع جریان ۳ آمپری.

۴-در مدار شکل ۶۰ مطلوب است پتانسیل و جریان با استفاده از روش های

الف: اصل جمع آثار.

ب: پتانسیل گره.

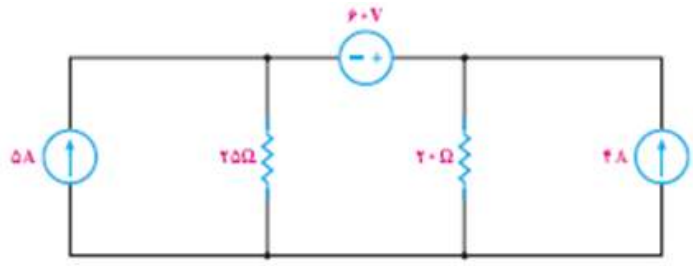
پ: جریان حلقه.



شکل ۶۰

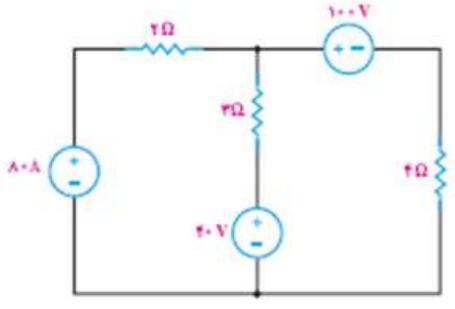
۵-در مدار شکل ۶۱ ابتدا منابع جریان را به منبع ولتاژ تبدیل کنید. سپس با استفاده از روش جریان حلقه توان تولیدی منبع ولتاژ ۶۰ ولتی را محاسبه کنید.

MohandesYar.com



شکل ۶۱

۶- در مدار شکل ۶۲ با استفاده از روش جریان حلقه توان مصرفی در مقاومت ۳ اهمی را محاسبه کنید.

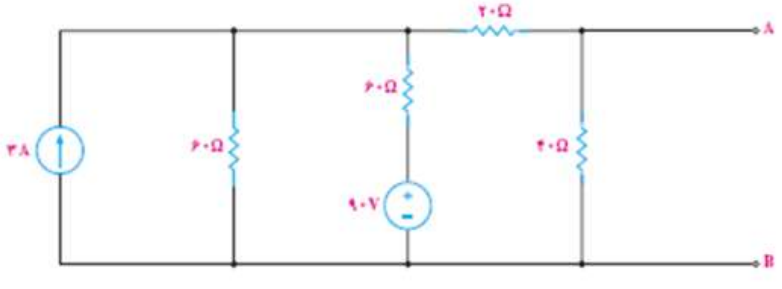


شکل ۶۲

۷-در مدارهای شکل ۶۳ تا شکل ۶۸ مطلوب است:

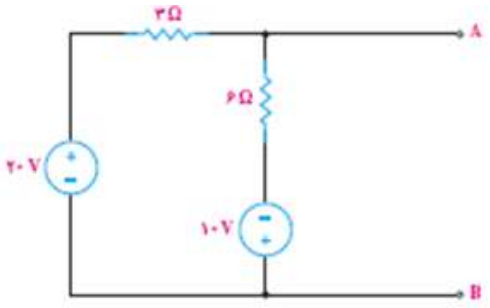
الف: معادل تونن مدار از دو پایانه ی A و B.

ب: معادل نورتن مدار از دو پایانه ی A و B.

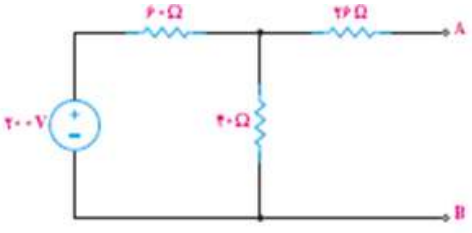


شکل ۶۳

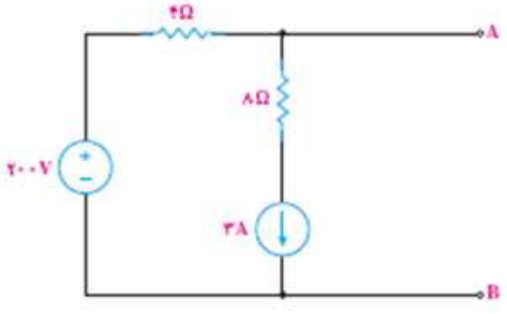
MohandesYar.com



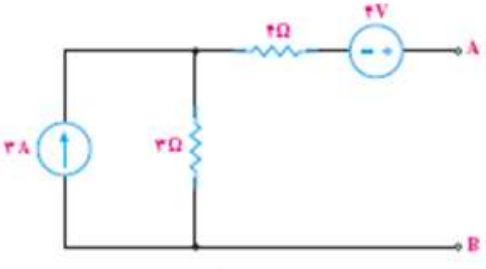
شکل ۶۴



شکل ۶۵

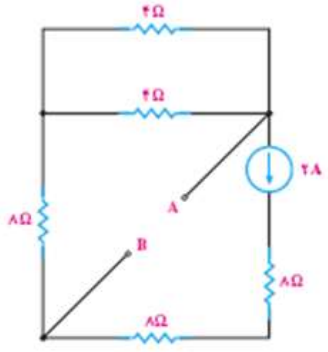


شکل ۶۶



شکل ۶۷

MohandesYar.com



شکل ۶۸

۸-در مدارهای شکل ۶۹ تا شکل ۷۲ با استفاده از روش تونن مطلوب است:

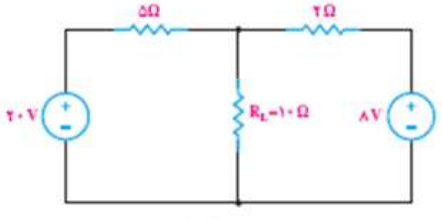
الف: جریان R_L

ب: ماکزیمم توان انتقالی به R_L به ازای کدام مقدار R_L است؟

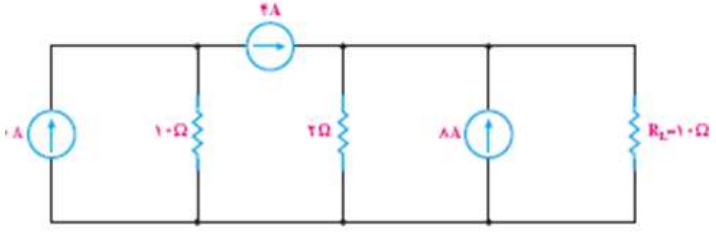
۹-در مدارهای شکل ۶۹ تا شکل ۷۲ با استفاده از روش نورتن مطلوب است:

الف: جریان R_L .

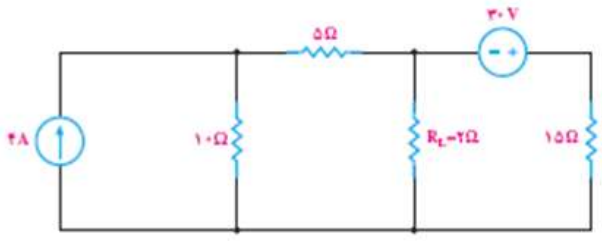
ب: ماکزیمم توان انتقالی به R_Lبه ازای کدام مقدار R_L است؟



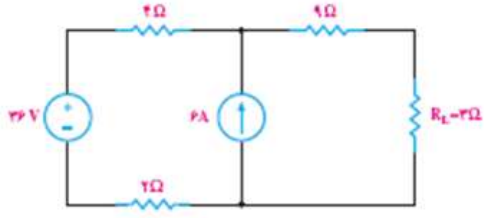
شکل ۶۹



شکل ۷۰



شکل ۷۱

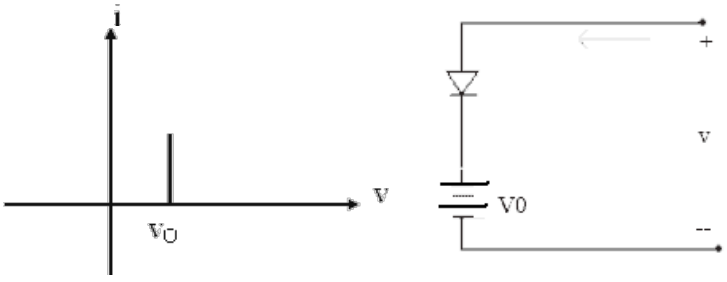


شکل ۷۲

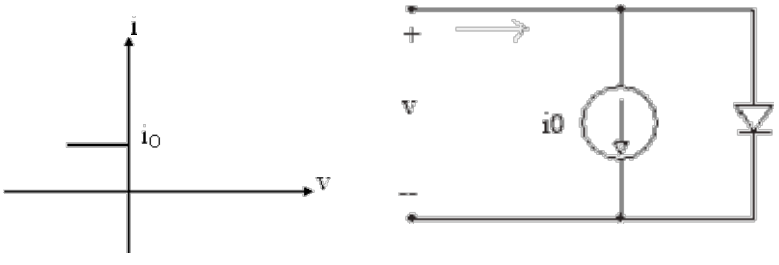
MohandesYar.com

ترکیب منابع ودیودهای ایده آل و مقاومتها

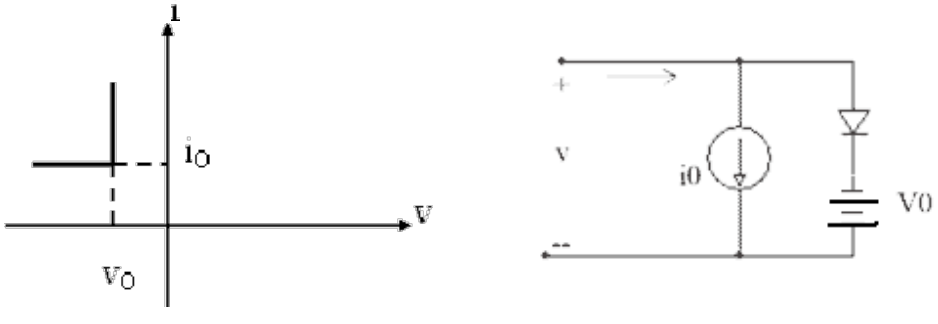
۱- منبع ولتاژ و دیود به طور سری:



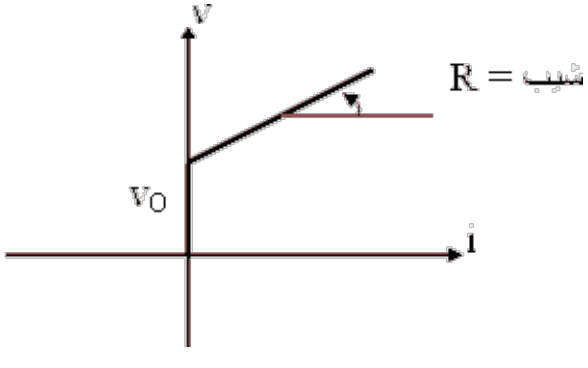
۲- منبع جریان و دیود به طور موازی

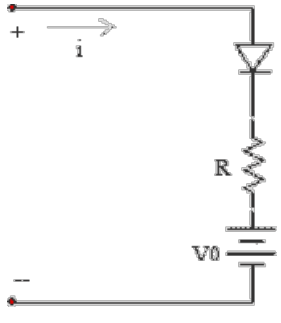


۳-ترکیب توام منابع ولتاژ وجریان

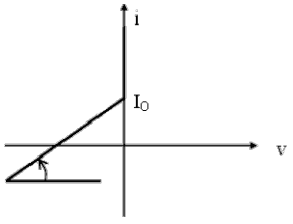


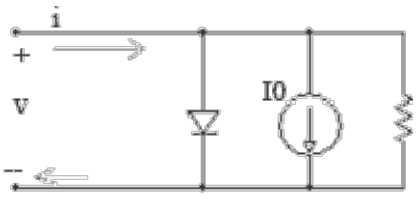
۴- ترکیب منابع ولتاژ ومقاومت و دیود:





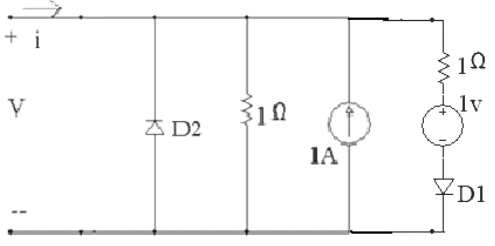
۵- ترکیب منبع جریان ومقاومت ودیود



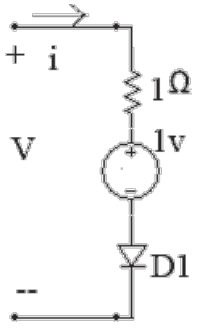


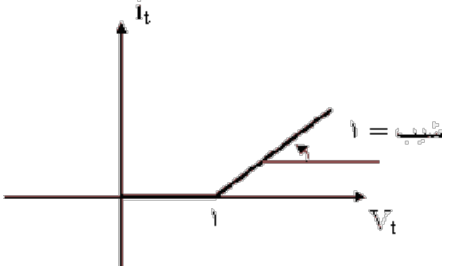
با استفاده از پنج مشخصه فوق می توان هر مدار شامل منابع و دیود را تحلیل نمود و یا برای هر مشخصه ولتاژ و جریان داده شده مدار طراحی کنیم.

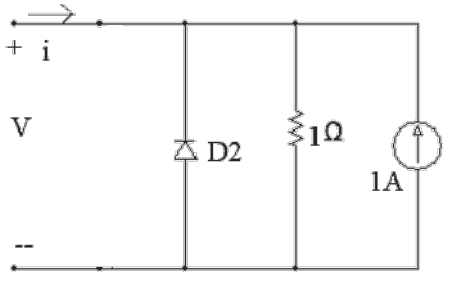
مثال: مشخصه *V-i* مدار زیر را بدست آورید.

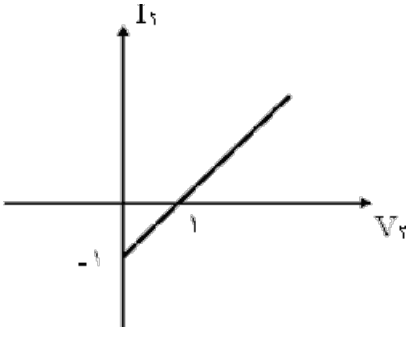


مدار فوق را می توان به دو مدار تفکیک کرد.



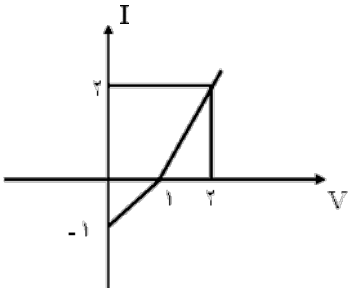






MohandesYar.com

حال با شرط $V1 = V2$ دو منحنی $i=i1+i2$ را باهم جمع می کنیم



آشنایی با تقویت کننده های عملیاتی *(Opamp)*

تقویت کننده های عملیاتی، تقویت کننده های کوپل مستقیم بوده، که دارای گین*(Gian)* خیلی زیادی می باشند. که مقدار این گین را با کمک مقاومت فیدبک می توان کنترل نمود. این تقویت کننده ها اکثراً در مدارات خطی بکار می روند و در مدارات غیرخطی نیز از آنها استفاده می شود. یک تقویت کننده عملیاتی ایده آل بایستی شرایط زیر را دارا باشد. تقویت کننده های عملیاتی اکثراً بصورت مدار مجتمع ساخته می شوند.

۱) مقاومت ورودی آن بی نهایت باشد *(Ri= ∞)*.

۲) مقاومت خروجی آن صفر باشد *(O=Ro)*.

۳) گین ولتاژ حلقه باز آن بی نهایت باشد *(Av= -∞)*.

۴) عرض باند آن بی نهایت باشد *(BW= ∞)*.

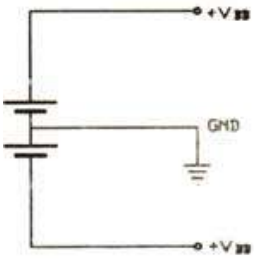
۵) منحنی مشخصه آن با درجه حرارت تغییر نکند.

در حالت واقعی گین یا تقویت بین ولتاژ های مثبت و منفی ورودی محدود می شود .

اتصالات تغذیه تقویت کننده های عملیاتی

برای استفاده از رنج کامل تقویت کننده های عملیاتی، بایستی این تقویت کننده ها با دو منبع تغذیه با یاس شوند، که این عمل معمولاً با استفاده از دو منبع تغذیه مجزا صورت می گیرد. ولتاژ منبع اول نسبت به زمین *(GND)* برابر *VBB+* بوده در حالیکه ولتاژ منبع دوم نسبت به زمین برابر *VBB-* می باشد که غالباً مقدار این ولتاژها +۱۵ ولت و -۱۵ ولت انتخاب می شود.

MohandesYar.com



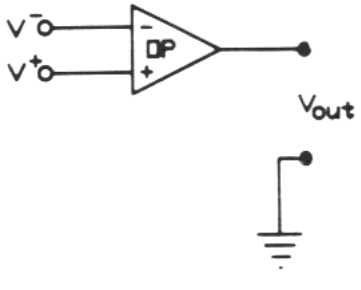
تغذیه دوبل

معمولاً تقویت کننده های عملیاتی جهت تغذیه دو پایه دارند، چون زمین به تقویت کننده عملیاتی وصل نمی شود و فقط ولتاژهای *VBB*+ و *VBB*– به تقویت کننده عملیاتی متصل می شود. ولی با وجود این تمام اتصالاتی که بایستی زمین (*GND*) شوند، به نقطه بین دو منبع تغذیه زمین وصل می گردند.

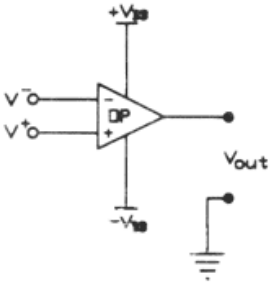
همچنین هر تقویت کننده عملیاتی دو ورودی دارد؛ یکی ورودی مثبت که با *V*+ و دیگری ورودی منفی که با *V*– نشان داده می شود.

شکل تقویت کننده های عملیاتی و قراردادها

تقویت کننده های عملیاتی به دو صورت یکی با ولتاژ تغذیه و دیگری بدون ولتاژ تغذیه مطابق شکل زیر نشان داده می شوند. در شکل (ب) اتصالات منابع تغذیه که بالایی ولتاژ تغذیه مثبت (*VBB*+) و پایینی ولتاژ تغذیه منفی(–*VBB*) است نشان داده شده و در شکل (الف) اتصالات منابع تغذیه حذف شده است. که هر دو سمبل، نشان دهنده شکل تقویت کننده عملیاتی می باشد. که در اینجا تمام مدارات مطابق شکل (الف) رسم شده است. در این سمبل ها یکی از ورودیها با علامت (+) و دیگری با علامت (–) مشخص شده است، که ورودی با علامت (+) را ورودی مثبت و ورودی با علامت (–) را ورودی منفی تقویت کننده عملیاتی گویند.



الف) نماد تقویت کننده عملیاتی



ب) شکل تقویت کننده عملیاتی در مدار به همراه منابع تغذیه

MohandesYar.com

ولتاژ تفاضلی تقویت کننده های عملیاتی

ولتاژ تفاضلی تقویت کننده های عملیاتی بصورت زیر تعریف می شود.

$$V_d = V^+ - V^-$$

یعنی اختلاف ولتاژ بین ورودی مثبت و ورودی منفی تقویت کننده عملیاتی را ولتاژ تفاضلی گویند. تقویت کننده های عملیاتی اکثراً با گین تفاضلی (حلقه باز) مشخص می شوند، که معمولاً گین این تقویت کننده ها با ورودیهای *DC* و در فرکانس های خیلی کم، برابر ۱۰۰۰۰۰ یا بیشتر می باشد و مقدار این گین را با *Ad* نشان می دهند.

ولتاژ خروجی تقویت کننده های عملیاتی در حالت ایده آل بصورت زیر می باشد.

$$V_o = A_d (V^+ - V^-) = A_d \cdot V_d$$

بنابراین پاسخ خروجی تقویت کننده عملیاتی به اختلاف ولتاژ بین ورودیها بستگی دارد چرا که اساس تقویت کننده های عملیاتی، تقویت کننده های تفاضلی می باشند. در هنگام استفاده از تقویت کننده های عملیاتی، بایستی به پایه های ورودی مثبت و منفی آن دقت کافی داشت تا اشتباه وصل نشوند. ولتاژ اعمالی به پایه های ورودی مثبت و منفی تقویت کننده عملیاتی می تواند ولتاژی با دامنه مثبت یا منفی باشد. اگر ولتاژ به ورودی مثبت اعمال شود تقویت کننده عملیاتی در حالت ورودی مستقیم بوده و اگر ولتاژ به ورودی منفی اعمال شود، تقویت کننده عملیاتی در حالت ورودی معکوس خواهد بود.

اشباع (تقویت کننده عملیاتی به عنوان مقایسه کننده)

ولتاژ اشباع مثبت: ماکزیمم ولتاژ مثبتی که خروجی تقویت کننده عملیاتی می تواند داشته باشد، که در حالت ایده آل برابر ولتاژ تغذیه مثبت *(+VBB)* است، به ولتاژ اشباع مثبت تقویت کننده عملیاتی معروف است، که با $+V_{sat}$ نشان می دهیم.

ولتاژ اشباع منفی: ماکزیمم ولتاژ منفی از نظر قدر مطلق که خروجی تقویت کننده عملیاتی می تواند داشته باشد، که در حالت ایده آل برابر ولتاژ تغذیه منفی*(-VBB)* است به ولتاژ اشباع منفی تقویت کننده عملیاتی معروف است که با $-V_{ast}$ نشان می دهیم.

MohandesYar.com

چون در عمل تقویت کننده های عملیاتی ایده آل نیستند لذا ولتاژ اشباع مثبت همیشه کمتر از ولتاژ تغذیه مثبت بوده و ولتاژ اشباع منفی از نظر قدر مطلق کمتر از ولتاژ تغذیه منفی می باشد.

$$|-V_{sat}|<|-VBB| \qquad +V_{sat}<+VBB$$

که بطور نمونه مقادیر ولتاژهای اشباع مثبت و منفی با ولتاژ تغذیه ± 15 ولت، برابر ± 13 ولت می باشد. که این مقدار در تقویت کننده های عملیاتی متفاوت می باشد.

بنابراین در عمل بعلت کمتر بودن ولتاژ اشباع از ولتاژ تغذیه، ناحیه عملکرد فعال تقویت کننده های عملیاتی بین ولتاژهای $-V_{sat}$ و $+V_{sat}$ محدود می شود.

مثال: مقدار گین تفاضلی، یک تقویت کننده عملیاتی برابر $A_d= 120000$ می باشد. اگر ولتاژ اشباع برابر 13.5 ولت باشد، مشخص کنید با چه اختلاف ولتاژی در ورودی، تقویت کننده عملیاتی به اشباع می رود.

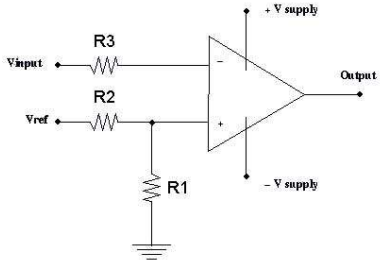
حل:مقدار ولتاژ خروجی برابر است با

$$V_o= A_d \,.\, V_d$$

پس اختلاف ولتاژ در ورودی برای به اشباع بردن تقویت کننده عملیاتی برابر است با:

$$V_d = \frac{V_o}{A_d} = \frac{13.5v}{120000} = 112.5 \text{ میکروولت}$$

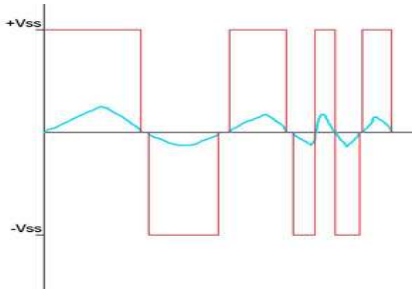
توجه: درتقویت کننده عملیاتی کوچکترین اختلاف بین ولتاژ های ورودی تقویت شده و در خروجی نمایان می شود. در این وضعیت خروجی زمانی *high* یا سوییچ می شود.که مقدار ولتاژ در پایه *inverting* یا منفی به سطح ولتاژ در پایه *noninverting* یا مثبت برسد. این ولتاژ در شکل زیر برابر *vref* است. از این نوع مدار جهت مقایسه ولتاژ های ورودی به خصوص در سنسورها استفاده می شود.



MohandesYar.com

در مدار شکل قبل به جای مقاومت *R2* می توانید از پتانسیومتر جهت تعیین ولتاژ *Vref* و تنظیم آن به صورت دلخواه استفاده کنید.نحوه کار مدار به این شکل است که تقویت کننده بسته به وضعیت پایه های ورودی و خروجی دارای شرایط و عملکرد متفاوتی خواهد شد :

اگر *noninverting > inverting* باشد. خروجی به سمت منفی *VSS* اشباع می شود. منظور از منفی *VSS* مقدار منفی ولتاژ تغذیه تقویت کننده است. اگر *noninverting < inverting* باشد. خروجی به سمت مثبت *VSS* اشباع می شود. مثلاً اگر تغذیه تقویت کننده ۵ ولت باشد. و ورودی پایه مثبت دارای ولتاژی بزرگتر از پایه منفی باشد. خروجی به سمت مثبت ۵ ولت به اشباع می رود. به شکل زیر توجه کنید این شکل گویای همه مطالب است. همانطور که مشاهده می کنید، هر جا که اختلاف ولتاژ ورودی مثبت باشد. چون این اختلاف ولتاژ در گین بی نهایت ضرب می شود خروجی به اشباع مثبت *VSS* می رود. و همچنین هر جا که اختلاف ولتاژ ورودی منفی باشد خروجی به منفی *VSS* می رود. منظور از اختلاف ولتاژ ،اختلاف بین ورودی مثبت از منفی است.



بدون قرار دادن فیدبک از خروجی به ورودی، ماکزیمم اشباع در خروجی با کمترین اختلاف ولتاژ در پایه های مثبت و منفی ورودی بوجود می آید.در این حالت مدار شما بسیار نویز پذیر است.

استفاده از فیدبک در آپ امپ

با استفاده از فیدبک می توانید میزان تقویت ولتاژ های ورودی در خروجی را تعیین کنید. فیدبک می تواند هم به صورت منفی و هم به صورت مثبت برقرار گردد. فیدبک منفی فیدبکی است که با افزایش ولتاژ خروجی تقویت کننده، اختلاف پتانسیل ورودی کاهش یابد و در نتیجه ولتاژ خروجی مجدداً کاهش یابد این نوع فیدبک را فیدبک منفی یا *negative feedback* می نامند. در آپ امپ اغلب فیدبک منفی از خروجی به پایه منفی صورت می گیرد.با

MohandesYar.com

استفاده از سه قانون طلایی در حالت فیدبک منفی می توانید میزان تقویت یا گین(*gain*) را در این نوع از فیدبک به راحتی محاسبه کنید.

۱- در این حالت *op-amp* ها دارای مقاومت ورودی بی نهایت تقویت سیگنال ورودی در خروجی به صورت بی نهایت و مقاومت خروجی صفر هستند.

۲- جریان هریک از پایه های ورودی تقویت کننده صفر است.

۳- همچنین در این حالت ولتاژ در ورودی های مثبت و منفی با یکدیگر مساوی هستند.

مدارهای دارای سلف و خازن

وجود سلف وخازن در یک مدار سبب می شود که معادلات کیرشهف به معادلات دیفرانسیل تبدیل گردند. اگر معادله دیفرانسیل بدست آمده یک معادله دیفرانسیل خطی از مرتبه اول باشد به آن مدار ، مدار مرتبه اول و اگر از مرتبه دوم باشد به آن مدار مرتبه دوم می گوییم.

روش بدست آوردن معادله دیفرانسیل حاکم بر مدار:

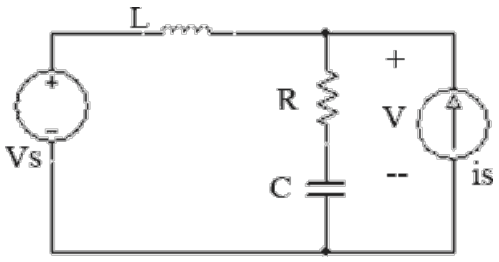
بهترین وساده ترین روش برای بدست آوردن معادله دیفرانسیل حاکم بر یک مدار استفاده از عملگر مشتق D یا S است. در این روش هر سلف مدار را با یک مقاومت با مقدار DL وهر خازن را با یک مقاومت با مقدار $(1/DC)$ جایگزین می کنیم ومعادلات کیر شهف لازم را می نویسیم . توانهای مثبت D را با مشتقات مرتبه اول و دوم وتوانهای منفی را با انتگرال جایگزین می کنیم.

$$D^2 = \frac{d^2}{dt} \qquad \text{و}$$

$$\frac{1}{D} = \int dt$$

MohandesYar.com

مثال: در شکل زیر معادله دیفرانسیلی که با حل آن ولتاژ منبع جریان بدست می آید را بنویسید.



به جای سلف L یک مقاومت LD و به جای خازن یک مقاومت $(1/CD)$ قرار می دهیم . سپس معادله KCL را برای گره بالای منبع جریان می نویسیم . داریم:

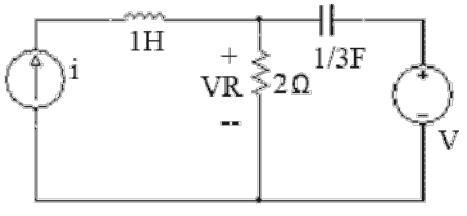
$$i_s = \frac{v}{R+\frac{1}{CD}} + \frac{v-V_s}{LD} \Rightarrow (D^2 + \frac{RD}{L} + \frac{1}{LC})$$

$$v = (\frac{RD}{L} + \frac{1}{LC})V_s + (RD^2 + \frac{D}{C})i_s$$

ی

$$v'' + \frac{R}{L}v' + \frac{1}{LC}v = \frac{R}{L}v'_s + \frac{1}{LC}v + Ri''_s + \frac{1}{C}i'_s$$

برای مدار شکل زیر معادله دیفرانسیلی که با حل آن VR بدست می آید بنویسید.



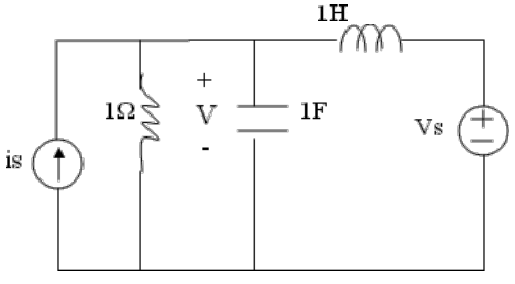
با تبدیل سلف به یک مقاومت D۱ وخازن به مقاومت و نوشتن KCL در گره بالای مقاومت ۲ اهمی داریم:

$$\frac{3}{D} \quad \text{و} \quad \frac{1}{\frac{1}{3}D}$$

$$i=\frac{V_S}{2}+\frac{(V_S-V)}{\frac{3}{D}} \Rightarrow i=\frac{V_S}{2}+\frac{D}{3}(V_S-V)$$

$$\frac{1}{3}V'_a+\frac{1}{2}V_a=i+\frac{1}{3}V'$$

معادله دیفرانسیلی که با حل آن V در شکل زیر مشخص می شود را بنویسید.



با تبدیل سلف به عنصر مقاومتی D وخازن به$(1/D)$ و نوشتن یک KCL در گره بالای خازن داریم:

$$i_s=v+\frac{v}{1/D}+\frac{(v-V_s)}{D}$$

$$i_s = v + Dv + (1/D)\ (v-V_s)$$

طرفین را در D ضرب می کنیم داریم

$$D\ i_s = Dv + D^2v + (v-V_s)$$

MohandesYar.com

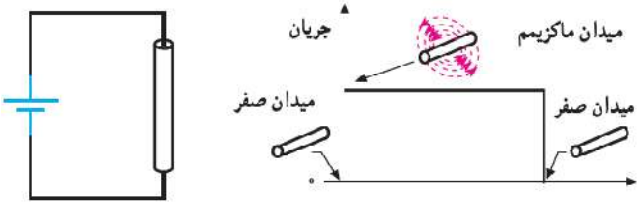
یا به عبارت دیگر

$$v''+v'+v=i'_s+V_s$$

میدان مغناطیسی:

میدان مغناطیسی حاصل از یک جریان مستقیم:

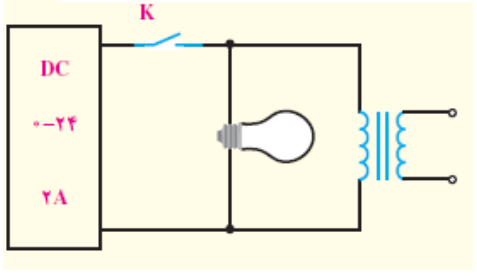
اگر دو سر یک هادی را مطابق شکل به جریان مستقیم وصل کنیم، شدت جریان به طور ناگهانی از صفر به ماکزیمم مقدار خود می رسد و میدان مغناطیسی در اطراف هادی نیز به ناگاه از صفر به مقدار ماکزیمم خود افزایش می یابد. تا موقعی که جریان در هادی جاری است، میدان در ماکزیمم مقدار خود باقی می ماند. چنان چه مدار باز شود جریان، صفر شده و میدان نیز به صفر کاهش می یابد.



میدان مغناطیسی ایجاد شده به وسیله‌ی جریان مستقیم

پروژه *Pspice*:

هدف: ملاحظه ولتاژ خودالقایی در هنگام قطع جریان مستقیم از یک سیم پیچ به جای لامپ در نرم افزار *PSpise* از مقاومت ۳ اهمی استفاده نمائید و ولتاژ دو سر مقاومت را بررسی کنید.



مراحل آزمایش:

۱- مدار شکل را ببندید.

۲- ولتاژ منبع تغذیه را روی ۶ ولت تنظیم کنید.

۳- کلید K را ببندید. آیا لامپ روشن می شود؟

۴- کلید را قطع کنید. چه اتفاقی می افتد؟

MohandesYar.com

۵- آیا لامپ بلافاصله پس از قطع کلید خاموش می شود؟ چرا؟ لامپ برای لحظه ای پس از قطع کلید روشن می ماند و سپس خاموش می شود. چه خاصیتی سبب روشن ماندن لامپ برای چند لحظه می شود؟

پس از قطع کلید خاصیت خود القایی –یعنی نیروی محرکه القا شده روی سیم پیچ– تا از بین رفتن کامل چند لحظه طول می کشد همین مدت سبب روشن ماندن لامپ می شود.

همین آزمایش را برای حالتی که سلف با لامپ سری باشد انجام دهید.

به جای سلف از خازن استفاده نموده و تمامی مراحل آزمایش را تکرار کنید.

ثابت زمانی در شبکه سلف و مقاومت

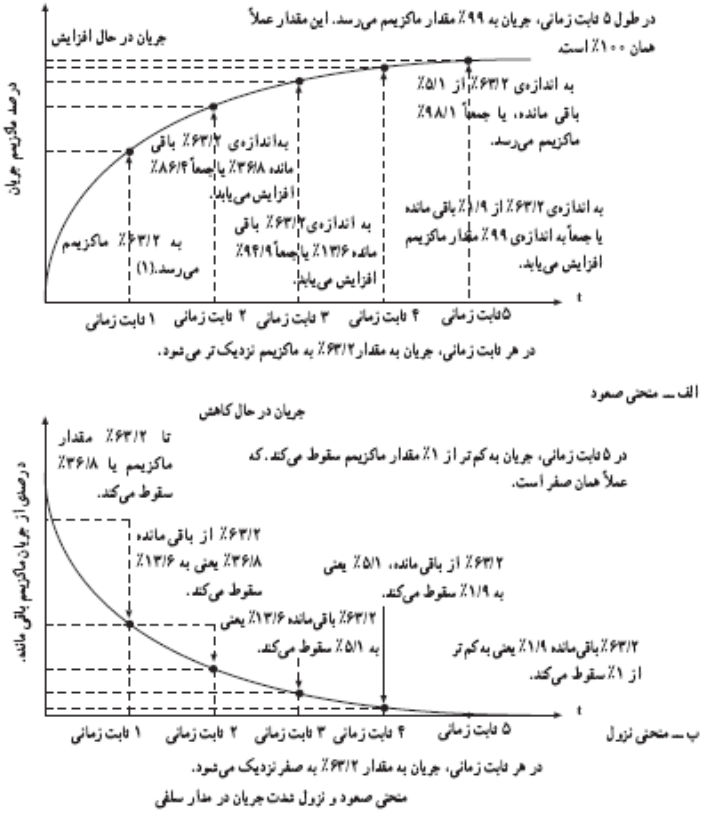
در یک مدار مقاومتی جریان مستقیم، شدت جریان به طور لحظه ای تغییر می کند؛ یعنی با بستن کلید، جریان به طور ناگهانی از صفر به ماکزیمم و با قطع کلید، دفعتاً از ماکزیمم به صفر می رسد. در صورتی که اگر بوبینی به مدار اضافه شود، جریان دیگر نمی تواند به طور لحظه ای تغییر کند. بنابراین با بستن کلید، جریان سعی دارد به طور لحظه ای تغییر می کند؛ بنابراین، با بستن کلید جریان سعی دارد به طور لحظه ای تغییر کند؛ بنابراین با بستن کلید جریان سعی دارد به طور لحظه ای افزایش یابد اما نیروی ضد محرکه ایجاد شده با افزایش لحظه ای جریان مخالفت می کند. در نتیجه، مدت زمانی طول می کشد تا جریان به مقدار ماکزیمم خود برسد. با قطع کلید نیز جریان به طور لحظه ای به صفر نمی رسد؛ زیرا نیروی ضد محرکه تولید شده، با این تغییر سریع مخالفت می کند. لذا جریان به تدریج به صفر می رسد. همان گونه که از رابطه گفته شده بر می آید، ثابت زمانی با اندوکتانس نسبت مستقیم و با مقاومت نسبت عکس دارد. بنابراین هرچه اندوکتانس بزرگتر یا مقاومت کوچکتر باشد، ثابت زمانی طولانی تر خواهد شد و بر عکس. اگر اندوکتانس (L) بر حسب هانری و مقاومت (R) بر حسب اهم باشد، ثابت زمانی (τ) بر حسب ثانیه به دست خواهد آمد. در عمل، مقدار ثابت زمانی را به علت کوچک بودن بر حسب میلی ثانیه ($10^{-3}Se$) می سنجند.

معمولاً ۵ ثابت زمانی طول می کشد تا جریان در یک سلف به مقدار ماکزیمم یا مینیمم خود برسد. مقدار درصد افزایش یا کاهش شدت جریان را در ثابت های زمانی مختلف با توجه به منحنی های شکل تحت عناوین صعود و نزول جریان بررسی می کنیم.

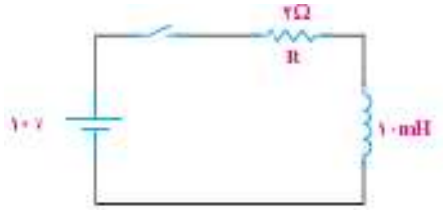
در ثابت زمانی اول جریانی به اندازه ۶۳/۲ درصد کل جریان نهائی از سیم پیچ می گذرد. در ثابت زمانی دوم جریان به اندازه ۶۳/۲ درصد از باقیمانده جریان که ۳۶/۸ درصد می باشد، به جریان ثابت زمانی اول اضافه می شود و در انتهای ثابت زمانی دوم به ۸۶/۴ درصد می رسد. در ثابت های زمانی سوم، چهارم و پنجم نیز به همین سؤال ۶۳/۲ درصد از مقدار باقی مانده به جریان های قبلی اضافه می شود. به طوری که در ثابت زمانی پنجم تقریباً به مقدار حداکثر خود می رسد. منحنی زیر روند افزایش جریان و مقادیر هر ثابت زمانی را نشان می دهد.

MohandesYar.com

با قطع جریان در مدار، در ثابت زمانی اول جریان به اندازه ۶۳/۲ درصد از مقدار ماکزیمم کاهش می یابد و به ۶۳/۸ درصد از باقیمانده جریان کاهش می یابد و به ۱۳/۶ درصد می رسد. در ثابت های زمانی سوم، چهارم و پنجم کاهش جریان به همین منوال ادامه پیدا می کند و در ثابت زمانی پنجم تقریباً به صفر می رسد.



مثال: در مدار شکل زیر، پس از بستن کلید، مدت زمانی را که شدت جریان به مقدار ماکزیمم خود می رسد، حساب کنید.



راه حل:

$$\tau = \frac{L}{R} = \frac{۱۰ \times ۱۰^{-۳}(H)}{۲(\Omega)} = ۵(ms)$$

$$۵\tau = ۵ \times ۵ ms = ۲۵(ms)$$

مثال: در مثال بالا اگر بوبینی با اندوکتانس *20mH* به جای بوبین *10mH* قرار گیرد، ثابت زمانی چگونه تغییر می کند؟

MohandesYar.com

راه حل:

$$\tau = \frac{L}{R} = \frac{۲۰ \times ۱۰^{-۳}}{۲} = ۱۰(ms)$$

با توجه به رابطه ی فوق و مقدار بدست آمده، ثابت زمانی دو برابر می شود.

مثال: حداکثر جریان در یک مدار RL، ۱۰ آمپر است. مقدار جریان صعودی در پایان ثابت زمانی دوم چقدر است؟

مقدار جریان در ثابت زمانی اول

$$I_۱ = ۱۰ \times \frac{۶۳/۲}{۱۰۰} = ۶/۳۲(A)$$

باقیمانده جریان

$$۱۰ - ۶/۳۲ = ۳/۶۸(A)$$

افزایش جریان در ثابت زمانی دوم

$$۳/۶۸ \times \frac{۶۳/۲}{۱۰۰} = ۲/۳۲(A)$$

مقدار جریان در پایان ثابت زمانی دوم

$$۶/۳۲ + ۲/۳۲ = ۸/۶۴(A)$$

ثابت زمانی خازن:

چنانچه خازنی به تنهایی در یک مدار DC قرار گیرد، به سرعت شارژ می شود. شارژ سریع خازن به این دلیل اتفاق می افتد که در مسیر شارژ هیچ گونه مقاومتی وجود ندارد. حال اگر مقاومتی را به مدار اضافه کنیم، وجود آن در مسیر شارژ زمان شارژ را طولانی تر می کند. مقدار دقیق زمان شارژ به مقدار مقاومت قرار گرفته در مسیر شارژ (R) و ظرفیت خازن (C) بستگی دارد و به کمک رابطه زیر مشخص می شود.

$$\tau = RC$$

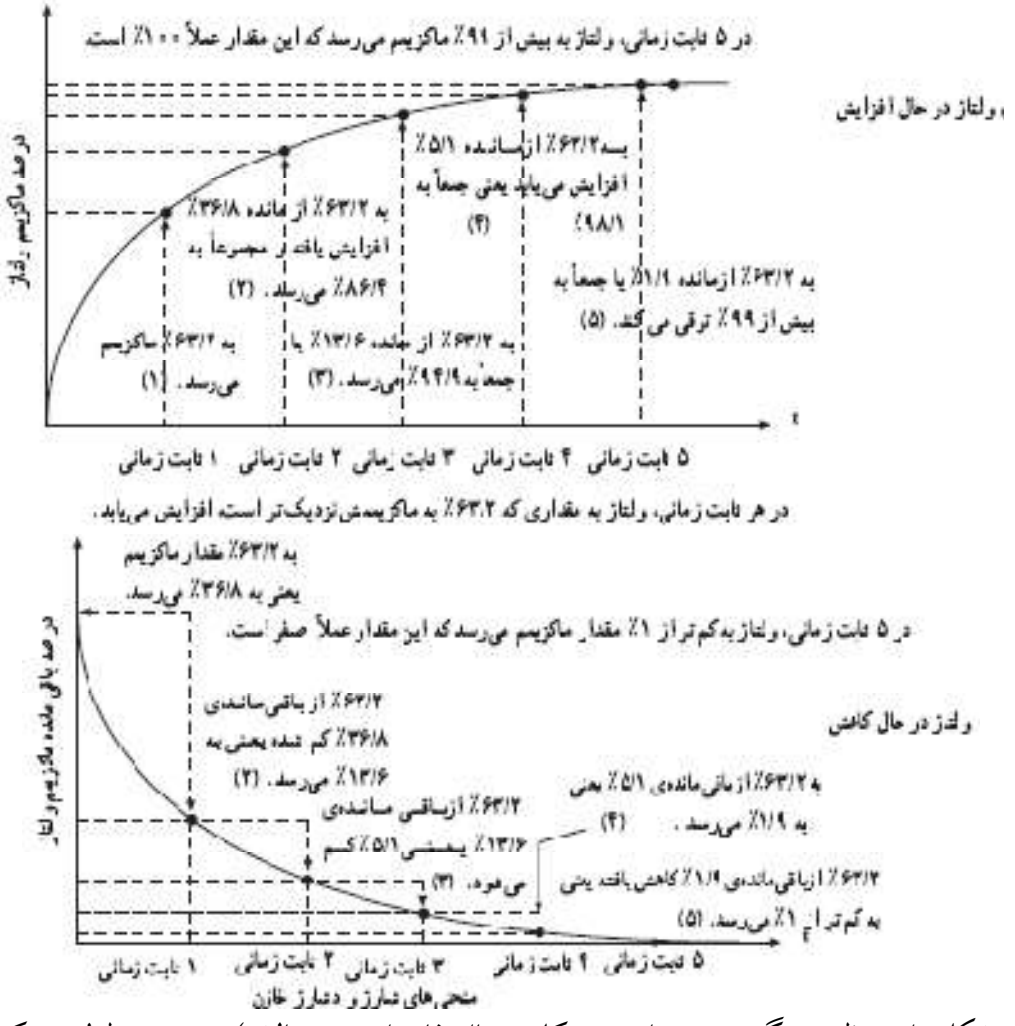
τ را ثابت زمانی خازن گویند و آن، مدت زمانی است که ولتاژ خازن به ۶۳/۲ درصد ولتاژ کل آن برسد. در هر ثابت زمانی بعدی، خازن به اندازه ی ۶۳/۲ درصد از ولتاژ باقی مانده شارژ می شود. شارژ کل خازن در حدود ۵ ثابت زمانی طول می کشد و خالی شدن خازن نیز در حدود همین مدت زمان انجام می گیرد. در ثابت زمانی اول ۶۳/۲ درصد از شارژ کامل خازن از بین می رود و در ثابت زمانی های بعدی به ترتیب ۶۳/۲ درصد از شارژ باقی مانده تخلیه می شود. در انتهای ۵ ثابت زمانی، خازن کاملاً تخلیه شده است. در جدول رابطه شارژ و دشارژ با ثابت زمانی و در شکل منحنی های شارژ و دشارژ خازن را مشاهده می کنید.

MohandesYar.com

درصد شارژ و دشارژ خازن از ولتاژ ماکزیمم

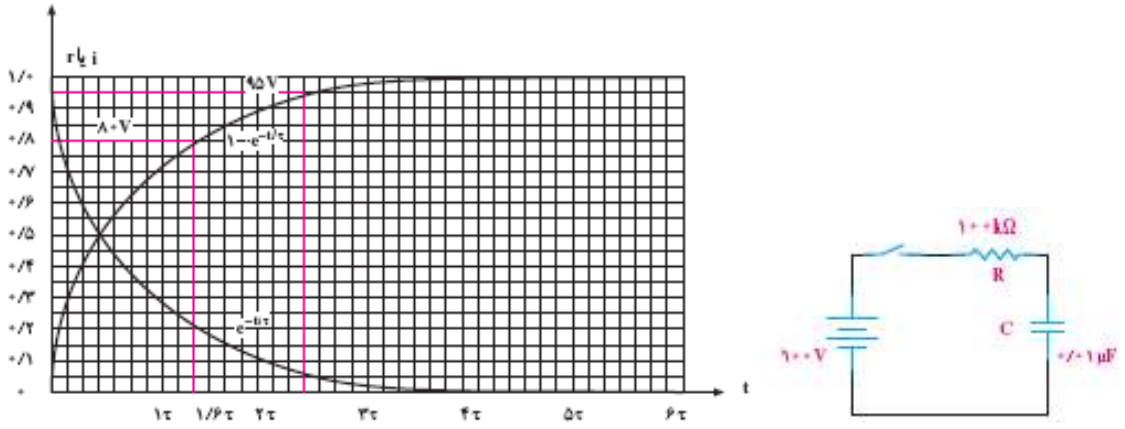
درصد ماکزیمم ولتاژ دشارژ	تعداد ثابت زمانی
۶۳	۱
۸۶	۲
۹۵	۳
۹۸	۴
۹۹	۵
تقریباً ۱۰۰٪	

درصد باقی‌مانده‌ی ولتاژ دشارژ	تعداد ثابت زمانی
۳۷	۱
۱۴	۲
۵	۳
۲	۴
۱	۵
تقریباً صفر	



مثال: مدار شکل را در نظر می گیریم. پس از بستن کلید و بااستفاده از منحنی الف) چه مدت طول می کشد تا ولتاژ دو سر خازن به ۸۰ ولت برسد؟ ب) بعد از ۳ میلی ثانیه، ولتاژ دو سر خازن چقدر می شود؟

MohandesYar.com



راه حل:

در یک ثابت زمانی یا یک میلی ثانیه، خازن به اندازه ی ۶۳/۲ در صد ولتاژ کل –یعنی ۶۳/۲ ولت– شارژ می شود. اگر بخواهیم خازن ۸۰ ولت شارژ شود، چنین عمل می کنیم:

از روی محور عمودی که ولتاژ را نشان می دهد، مقدار ۸۰ ولت را پیدا می کنیم و خطی موازی محور زمان (افقی) می کشیم تا منحنی شارژ را قطع کند. از آنجا نیز خطی موازی محور عمودی (ولتاژ) رسم می کنیم تا محور زمان را قطع کند. محل تقاطع محور زمان عدد $1/6\tau$ را نشان می دهد، یعنی ۱/۶ میلی ثانیه طول می کشد تا خازن به مقدار ۸۰ ولت شارژ شود.

در ۳ میلی ثانیه یا ۳ ثابت زمانی، ولتاژ دو سر خازن به ۹۵ ولت می رسد. چرا؟ با رسم خطوطی موازی محورهای مختصات –همان طور که قبلاً گفته شد– مقدار ۹۵ ولت بدست می آید.

کلید زنی مدار های شامل سلف و خازن

همان طور که در مباحث قبل خواندید، وقتی یک خازن به منبع ولتاژ جریان مستقیم وصل می شود، ابتدا جریان نسبتاً بزرگی در مدار جریان می یابد و خازن رفته رفته شارژ می شود تا ولتاژ دوسر آن به اندازه ی ولتاژ منبع برسد. در همین حالت، جریان مدار هم به تدریج کاهش می یابد تا وقتی که خازن کاملاً شارژ شود. در این حالت، جریان مدار به صفر می رسد. پس از این فرآیند که حدود ۵ ثابت زمانی طول می کشد، خازن در مدار مانند یک کلید باز عمل می کند. وقتی ۵ ثابت زمانی سپری می شود، در اصطلاح می گویند مدار به حالت پایدار یا ماندگار خود رسیده است. پس در مدارهای جریان مستقیم و در حالت ماندگار، خازن به صورت یک کلید باز عمل می کند. در حالی که به اندازه ی ولتاژ اعمال شده به دوسر آن، شارژ شده است. همچنین ملاحظه کردید که سلف در مدار با تغییرات جریان مخالف است، بنابراین وقتی در یک مدار جریان مستقیم شامل سلف، کلید مدار را وصل می کنیم،

MohandesYar.com

ابتدا سلف با ایجاد یک ولتاژ خودالقایی در خلاف جهت ولتاژ اعمال شده، با برقراری جریان مخالفت می کند، و جریان کمی در مدار جاری می شود اما رفته رفته این مخالفت کاهش می یابد و از بین می رود به طوری که پس از گذشت ۵ ثابت زمانی، جریان مدار به حداکثر مقدار خود می رسد و نیروی محرکه ی خودالقایی سلف صفر می شود. به طوری که می توان گفت وقتی یک مدار جریان مستقیم شامل سلف به حالت ماندگار می رسد، ولتاژ دو سر سلف صفر است و سلف به صورت یک هادی اتصال کوتاه عمل می کند. در واقع دیگر در مدار دیده نمی شود و نقشی ندارد. البته در این حالت، به دلیل عبور جریان از سلف، مقداری انرژی در آن ذخیره می شود. ضمن این که جریان مدار ماکزیمم است. از زمان کلید زنی تا زمان پایدار شدن را می گوییم مدار در حالت گذر است.

مدارهای مرتبه اول

در مدارهای مرتبه اول ، معادله دیفرانسیل توصیف کننده رفتار مدار از مرتبه اول است. این معادله یک جواب عمومی ویک جواب خصوصی دارد که جواب کامل آن حاصل جمع جواب خصوصی و عمومی خواهد بود.

جواب عمومی وخصوصی معادله دیفرانسیل مرتبه اول چیست؟

در یک معادله دیفرانسیل مرتبه اول معادله مشخصه از درجه یک است و اگر فرض کنیم S ریشه آن باشد . این مقدار معمولا منفی است لذا آن را بصورت:

$$s_1 = -(1/\tau)$$

فرض می کنیم. به طوریکه به τ ثابت زمانی مدار گفته می شود و واحد آن ثانیه است پس پاسخ عمومی در یک سیستم درجه ۱ عبارت است از :

$$y_h(t) = K e^{-(t/\tau)}$$

پاسخ خصوصی همواره اره تابعی است از نوع تابع ورودی که فقط در دامنه با آن تفاوت دارد. در مدارها توابع ورودی همان منابع مستقل یا ثابت هستند. پاسخ کلی مدار عبارت است از:

$$y(t) = yh(t) + yp(t)$$

MohandesYar.com

با توجه به شرایط اولیه

$$t = 0^+$$

و شرایط ماندگار

$$t = \infty$$

ضرایب مجهول محاسبه می شوند.

نکته: برای مدار مرتبه اول متشکل از خازن ومقاومت ثابت زمانی به صورت $\tau = RC$ وبرای مدار متشکل از سلف ومقاومت به صورت $\tau = (L/R)$ تعریف می شود که R مقاومت دیده شده از دو سر سلف یا خازن (مقاومت تونن یا نورتن) است.

نکته: اگر در مداری دو خازن یا بیشتر وجود داشته باشد در صورتیکه خازنها تشکیل یک حلقه بدهند این مدار مدار مرتبه اول می باشد. اگر در مداری دو سلف یا بیشتر وجود داشته باشد در صورتیکه سلفها تشکیل یک گره بدهند این مدار مدار مرتبه اول می باشد.

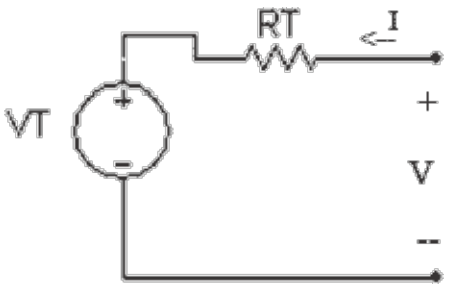
نکته: در لحظه $t = 0^+$ خازن را با یک منبع ولتاژ که برابر با ولتاژ اولیه خازن است و سلف را با یک منبع جریان که برابر با جریان اولیه سلف است جایگزین می کنیم.

نکته: اگر ولتاژ اولیه خازن صفر باشد در لحظه $t = 0^+$ آنرا اتصال کوتاه و اگر جریان اولیه خازن صفر باشد در $t= 0^+$ آنرا مدار باز در نظر می گیریم.

نکته: ولتاژ خازن و جریان سلف تغییرات جهشی ندارند مگر اینکه در لحظه $t = 0^+$ در دو سر خود مقاومتی نبینند. یعنی اگر با اتصال کوتاه شدن خازن ومدار باز شدن سلف مقاومت موجود حذف شود، آنگاه ولتاژ خازن و جریان سلف می توانند به طور جهشی تغییر کنند در غیر اینصورت نمی توانند.

MohandesYar.com

مدار معادل تونن



به صورت زیر است:

$$V=VT + ZTI$$

برای محاسبه VT مدار را اتصال باز در نظر گرفته ولتاژ را اندازه می گیریم این ولتاژ همان ولتاژ VT است.

$$VOC=VT$$

برای محاسبه RT می توان به یکی از سه روش زیر عمل کرد: ۱- دوسر مدار ار اتصال کوتاه کرده و جریان اتصال کوتاه ISC را محاسبه می کنیم.

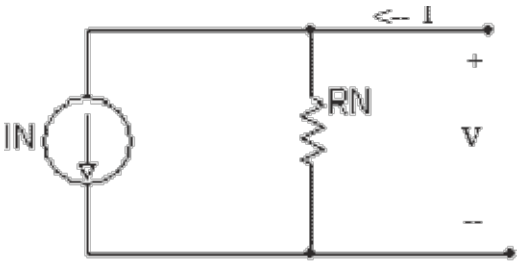
$$RT = (VT/ISC)$$

۲- منابع مستقل مدار را خاموش می کنیم و با قرار دادن یک منبع ولتاژ V در دوسر مدار جزیان I را محاسبه می کنیم . با استفاده از رابطه $RT = (V/I)$ مقاومت RT را محاسبه می کنیم.

۳- با خاموش کردن منابع مستقل ، با استفاده از روشهای ساده سری وموازی مقاومت معادل را محاسبه می کنیم

MohandesYar.com

$$I = \frac{V}{R_N} - I_N$$



برای محاسبه *IN* دو سر شبکه را اتصال کوتاه کرده و جریان *ISC* را محاسبه می کنیم.

$$I = - ISC$$

مقاومت *RN* شبیه *RT* محاسبه می شود.

رابطه بین پارامترهای مدارهای تونن و نورتن

$$RT = RN$$

$$IN = (VT / ZT)$$

$$VT = ZN . IN$$

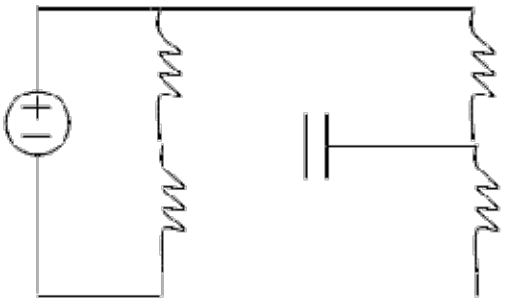
روش ذهنی تحلیل مدارهای مرتبه اول

برای بدست آوردن پاسخ مدار در تمام زمانها از رابطه زیر استفاده می کنیم:

$$y(t) = y(\infty) + (y(0) - y(\infty))e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$y(\infty)$ پاسخ در زمان $t=\infty$ یا حالت ماندگار و $y(0)$ پاسخ در زمان $t = 0^+$ یا شرایط اولیه می باشد برای شبکه زیر $i(t)$ را محاسبه کنید.

MohandesYar.com



شبکه در $t>0$ در حال آرامش است. ابتدا R_{th} را از دو سر خازن محاسبه می کنیم. برای اینحالت خازن را مدار باز فرض کرده ومنبع ولتاژ را صفر می کنیم داریم:

$$R_{eq}=R_{th}=(2\parallel 2)+(1\parallel 3)=\frac{7}{4}\Omega\Rightarrow\tau=R_{eq}C=\frac{7}{4}Sec$$

تعیین $i(\infty)$: در $t=\infty$ خازن مدار باز می شود. لذا داریم :

$$i(\infty)=\frac{1}{3+1}=\frac{1}{4}A$$

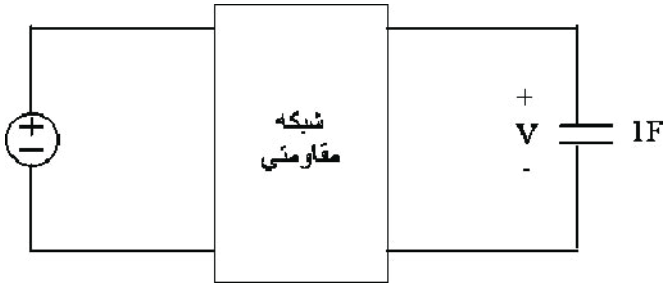
تعیین $i(0)$: در لحظه $t=0^+$ بدلیل صفر بودن ولتاژ اولیه خازن آن را اتصال کوتاه فرض می کنیم . داریم:

$$i(0^+)=\frac{2}{2+3}\frac{1}{(2\parallel 2)+(2\parallel 3)}=\frac{3}{14}$$

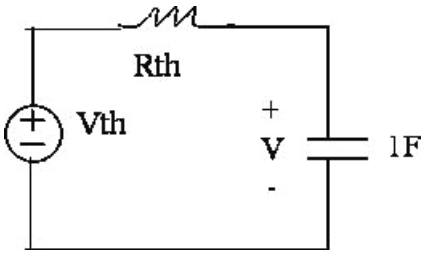
$$\Rightarrow i(t)=\frac{1}{4}+(\frac{3}{14}-\frac{1}{4})e^{-\frac{4}{7}t}=\frac{1}{4}-\frac{1}{28}e^{-\frac{4}{7}t}$$

در شکل مقابل ولتاژ اولیه خازن صفر بوده و $V(t)$ به صورت $V(t) = (1/4)(1-e^{-3t})$ است. اگر به جای خازن سلف $L=2H$ را قرار دهیم.$V(t)$ را محاسبه کنید

MohandesYar.com



می توان به جای شبکه مقاومتی و منبع ولتاژ ، مدار معادل تونن را جایگزین نمود.



$$V_{(\infty)} = V_{th} \text{ ---> } V_{th} = 1/4$$

$$\tau = R_{th}\, C \text{ ---> } R_{th} = (\tau / C) = 1/3\Omega$$

حال اگر به جای خازن یک سلف قرار دهیم داریم:

$$\tau = \frac{L}{R} = \frac{2}{\frac{1}{3}} = 6$$

سلف در زمان $t(0^+)$ اتصال باز است :

$$V(0^+) = V_{th} = 1/4$$

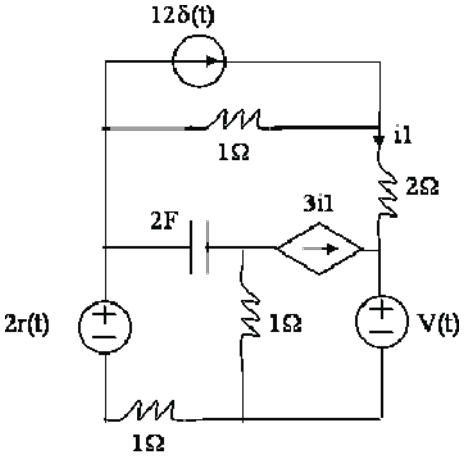
در $t = \infty$ سلف اتصال کوتاه می شود لذا $V(\infty) = 0$ در نهایت برای ولتاژ سلف داریم:

$$V(t) = V_{\infty} + (V(0) - V(\infty))e^{-\frac{t}{\tau}} = \frac{1}{4}e^{6t}u(t)$$

MohandesYar.com

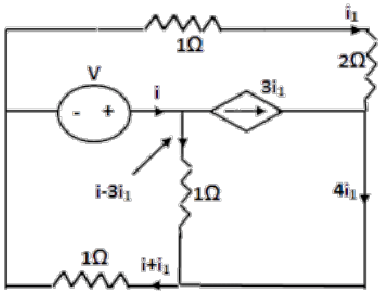
ثابت زمانی مدار مقابل چند ثانیه است.

باید مقاومت دیده شده از دو سر خازن را حساب کنیم. برای اینکار منابع مستقل را خاموش می کنیم وبه جای خازن یک منبع V با جریان i جایگزین می کنیم . داریم:



با KVL در حلقه بزرگتر داریم:

$$i_1\,(1+2) + (i + i_1)\,1 = 0 \text{ ---> } i_1 = -(i/4)$$



با KVL در حلقه ای که منبع ولتاژ V دارد

$$V=(i-3i_1)(i+i_1)\,1$$

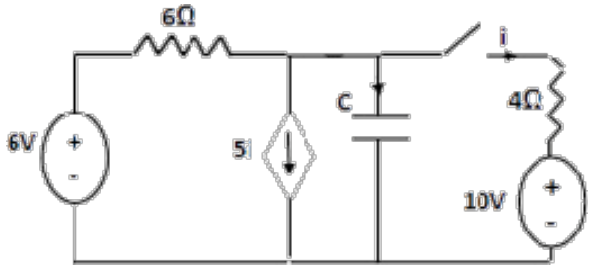
با جاگذاری i، داریم:

$$V= (5/2)i \text{ ----> } R_{th}= (V / i) =5/2$$

MohandesYar.com

$$---> \tau = R_{th}\, C = 5$$

مدار شکل مقابل در $t>$۰ مدت زیادی کار کرده است. پس از بسته شدن کلید $i_C\,(0^+)$ را حساب کنید.



در $i_C\,(0^+)$ مدار به حالت پایدار رسیده وولتاژ دو سر خازن با ولتاژ منبع برابر است . چون ولتاژ خازن تغییرات ناگهانی ندارد داریم:

$$V_C(0^+) = V_C(0^-) = 6v$$

با وصل شدن کلید جریان i در مقاومت ۴ اهمی جاری می شود این جریان برابر است با :

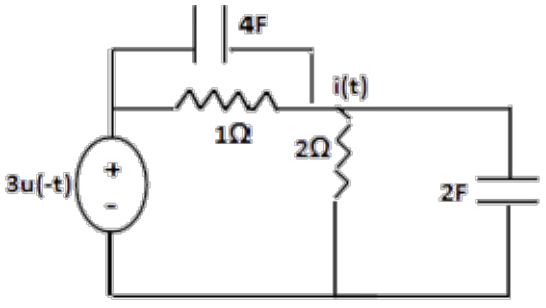
$$i\,(0^+) = \frac{V_C(0^+) - 10}{4} = \frac{6-10}{4} = -1$$

اگر در همین زمان برای گره بالای خازن نوشته شود داریم:

$$\frac{V_C(0^+) - 6}{6} - 5i\,(0^+) - i\,(0^+) - i_C(0^+) = 0 \Rightarrow i_C(0^+) = 6A$$

MohandesYar.com

در مدار شکل زیر جریان $i(t)$ را برای $t \geq 0$ بدست آورید



در $t<0$ یا $t = 0^-$ مدار به حد نهایی رسیده. اگر ولتاژ خازن ۴ فارادی v_1 و خازن ۲ فارادی v_2 باشد داریم:

$$V_2(0^-) = \frac{2}{1+2} \times 3 = 2 \qquad V_1(0^-) = \frac{1}{1+2} \times 3 = -1$$

در $t = 0^+$ چون با اتصال کوتاه شدن خازنها مقاومتها حذف می شوند پس ولتاژ آنها می توانند جهشی تغییر کنند و از آنجا که در $t = 0^+$ هیچ منبع مستقلی نداریم وخازنها با هم مساوی می شوند ولتاژ خازنها از رابطه تقسیم مجموع جبری بارهای روی دو خازن بر خازن معادل حاصل از موازی شدن بدست می آید.

$$v_c(0^+) = \frac{c_1 v_1(0^+) + c_2 v_2(0^+)}{c_1 + c_2} = \frac{4\times(-1)+(2\times 2)}{2+2} = 0$$

در لحظه $t = 0^+$ ولتاژ خازنها ناگهان صفر می شود پس یک جریان ضربه داریم که به طورجهشی در $t = 0^+$ بی نهایت می شود و بعد از آن صفر است.

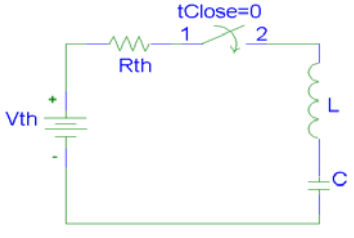
$$i(t) = C_2 \frac{dV_{C_2}}{dt} = C_2(V_{C_2}(0^+) - V_{C_2}(0^-)) \Rightarrow i(t) = 2(0-2) = -4\delta(t)$$

MohandesYar.com

• پاسخ گذاری مدار RLC

مدار RLC سری:

با توجه به اینکه در کارکرد یک مدار RLC سری ابتدا سلف تأثیرات عمیقی در پاسخ مدار ایجاد می‌کند و سپس خازن اثرات خود را در انتها ظاهر می‌سازد، انتظار می‌رود مداری شامل هر دو این عناصر مضاف بر مقاومت که عامل میرایی است، رفتاری ارائه کند که در یک محدوده زمانی شبیه رفتار یک مدار RL و در محدوده زمانی دیگری رفتاری شبیه به مدار RC داشته باشد. این رفتار در نمودارهایی که خواهیم دید بنابه مقادیر R، L و C مشهود است. در تمامی این نمودارهای که ولتاژ دو سر مقاومت خروجی مدار در نظر گرفته شده است، مشاهده می‌شود که ابتدای مدار یک نمایی افزایشی یعنی مبتدا به صفر و انتهای آن یک نمایی منتهی به صفر است زیرا در ابتدا سلف شدیداً اثر خود را اعمال و خازن تقریباً اتصال کوتاه است و بنابراین یک مدار RL (پایین گذر) داریم که شکل ولتاژ خروجی نمایی صعودی خواهد بود. پس از مدتی اثر سلفی نامحسوس و سلف مثل اتصال کوتاه عمل می‌کند و خازن که تقریباً شارژ شده خواص خازنی خود را شدیداً ظاهر می‌سازد و یک مدار RC (بالاگذر) خواهیم داشت که قاعدتاً ولتاژ دو سر مقاومت باید در آن نزولی باشد.



هنگامیکه این مدار با یک ولتاژ پله‌ای تحریک می‌شود، پاسخ گذاری مدار دارای دو شکل کاملاً متمایز خواهد بود. برای تعیین معادله پاسخ، معادله ولتاژ مدار را پس از بسته شدن کلید می‌نویسیم:

$$-V_{TH}+i_L R_{TH}+L\frac{di_L}{dt}+\frac{1}{C}\int_{-\infty}^{t} i_L(x)dx=0$$

که با مشتق گرفتن از طرفین معادله حاصل می‌شود:

$$\frac{d^2 i_L}{dt^2}+\frac{R_{TH}}{L}\frac{di_L}{dt}+\frac{1}{LC}i_L=\frac{1}{L}\frac{dV_{TH}}{dt}$$

MohandesYar.com

که دارای معادله مشخصه زیر با ریشه‌های S_1 و S_2 می‌باشد.

$$s^2+\frac{R}{L}s+\frac{1}{LC}=0$$
$$s_1=\frac{-R}{2L}+\sqrt{\frac{R^2}{4L^2}-\frac{1}{LC}}$$
$$s_2=\frac{-R}{2L}-\sqrt{\frac{R^2}{4L^2}-\frac{1}{LC}}$$

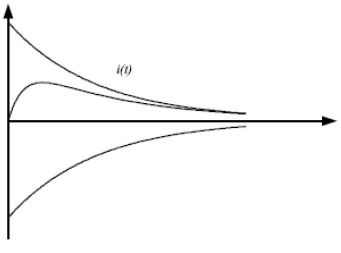
بنابراین خواهیم داشت.

$$i(t)=k_1e^{s_1t}+k_2e^{s_2t}$$
$$i(0)=0$$
$$\frac{di(0)}{dt}=\frac{V}{L}$$

برحسب اینکه $\frac{R}{2L}$ بزرگتر از، مساوی با و کوچکتر از $\frac{1}{\sqrt{LC}}$ باشد، پاسخ مدار (یا جریان $i(t)$) دارای شکلهای زیر خواهد بود:

۱- اگر $\frac{1}{\sqrt{LC}}>\frac{R}{2L}$ باشد پاسخ مدار به یک مقدار ماکزیمم می‌رسد و با ثابت زمانی معینی به سوی صفر میل می‌کند. این پاسخ به حالت فوق میرایی موسوم است که در آن:

$$i(t)=\frac{V}{L\omega}e^{-t/\tau}\left[\frac{e^{\omega t}-e^{-\omega t}}{2}\right]$$
$$\omega=\sqrt{\frac{R^2}{4L^2}-\frac{1}{LC}}$$
$$\tau=\frac{2L}{R}$$

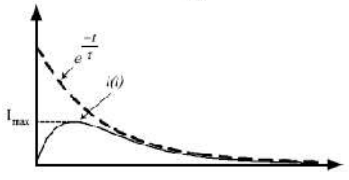


MohandesYar.com

نکته جالب توجه مقدار ثابت زمانی است که دو برابر مقدار آن در مدار RL می‌باشد. البته ثابت زمانی واقعی این مدار چندان مشخص نیست زیرا عوامل ω و ω- نیز در ایجان آن نقش دارند و تنها تحت شرایطی که ω خیلی کوچک باشد می‌توان گفت که تقریباً ثابت زمانی $\frac{2l}{R}$ است که این وضعیت در حالت میرای بحرانی محسوس‌تر است.

۲- اگر $\frac{R}{2L}=\frac{1}{\sqrt{LC}}$ باشد جریان به مقدار ماکزیمم $I_{\max}$ می‌رسد و با ثابت زمانی $r=\frac{2l}{R}$ به سمت صفر میل می‌کند. این حالت به میرای بحرانی یا *Crittically Damped* موسوم است.

$$i(t)=\frac{V}{L}te^{-t/\tau}$$
$$\tau=\frac{2L}{R}$$
$$I_{\max}=\frac{V\tau}{L}e^{-1}$$

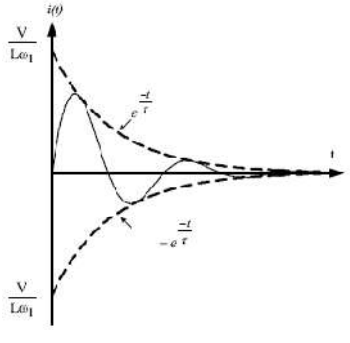


۳- اگر $\frac{R}{2L}<\frac{1}{\sqrt{LC}}$ باشد، پاسخ مدار بصورت یک موج سینوسی است که دامنه آن رفته رفته کم شده و به صفر می‌رسد. این حالت به نوسانی میرا یا *Oscillatory Damped* موسوم می‌باشد.

$$i(t)=\frac{V}{L\omega_1}e^{-t/\tau}\sin\omega_1 t$$
$$\omega_1=J\omega=\sqrt{\frac{1}{LC}-\frac{R^2}{4L^2}}$$

و فرکانس نوسانات برابر است با:

$$f_1=\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{1}{LC}-\frac{R^2}{4L^2}}$$

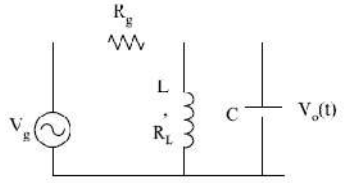


MohandesYar.com

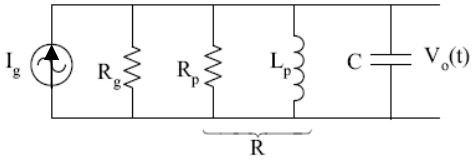
جمله $\frac{R^2}{4L^2}$ اثر کمی روی f_1 دارد زیرا معمولاً در مقایسه با $\frac{1}{LC}$ خیلی کوچک است. در این حالت می‌توان مقدار f_1 را به صورت $f_1 \approx \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$ نوشت.

مدار *RLC* موازی:

شکل زیر مدار *RLC* موازی را نمایش می‌دهد:



با توجه به اینکه مدار فوق را می‌توان به صورت زیر نمایش داد:



پس از اعمال جریان پله‌ای به دامنه I_S می‌توان نوشت:

$$I_g = \frac{V_0}{R} + \frac{1}{L_p}\int V_o dt + C\frac{dV_0}{dt} \Rightarrow \frac{d^2V_0}{dt^2} + \frac{1}{RC}\frac{dV_0}{dt} + \frac{1}{L_pC} = 0$$

معادله مشخصه رابطه فوق دارای دو ریشه با مقادیر زیر است:

$$s_1, s_2 = \frac{-1}{2RC} \pm \sqrt{\left(\frac{1}{2RC}\right)^2 - \frac{1}{L_pC}}$$

نظیر مداری سری سه حالت زیر در پاسخ گذرا مشاهده می‌شود:

۱- $\frac{1}{2RC} > \frac{1}{\sqrt{L_PC}}$ حالت فوق میرایی یا *Over Damped* خواهد بود.

۲- $\frac{1}{2RC} = \frac{1}{\sqrt{L_PC}}$ حالت میرایی بحرانی یا *Crittically Damped* خواهد بود.

MohandesYar.com

۳- $\frac{1}{2RC} < \frac{1}{\sqrt{L_P C}}$ حالت نوسانی میرا یا *Oscillatory Damped* خواهد بود.

با توجه به اینکه مقاومت موجود در سلف بسیار کوچک است می‌توان از آن صرفنظر نمود. در این صورت R_P بسیار بزرگ و $R = R_P \| R_g \approx R_g$ و $L_P \approx L$ خواهد بود. همچنین توجه داریم که در حالت ۲ و ۳ در فوق ثابت زمانی برابر است با:

$$\tau = 2RC$$

ضریب میرایی یا *Damping Factor* نسبت $\alpha = \frac{1}{\tau} = \frac{1}{2RC}$ را می گویند.

مقاومت بحرانی یا *Critical Resistance* مقدار $R_C = \frac{1}{2}\sqrt{L/C}$ می‌باشد.

فرم کلی معادلات

$$a\frac{d^2x(t)}{dt^2} + b\frac{dx(t)}{dt} + cx(t) = f(t)$$

موازی		سری
1	a	1
$1/(R_{th}C)$	b	R_{th}/L
$1/(LC)$	c	$1/(LC)$

فرم کلی جواب

فرم کلی جواب مدارهای مرتبه دوم بصورت زیر است:

مقدار نهایی + پاسخ طبیعی=پاسخ مدار

که مقدار نهایی در واقع پاسخ مدار است وقتی که مدار به حالت پایدار خود رسیده باشد یا بعبارت دیگر با فرض مدارباز بودن خازنها و اتصال کوتاه بودن سلفها، پاسخ مدار محاسبه می‌شود.

MohandesYar.com

پاسخ طبیعی

برای بدست آوردن پاسخ طبیعی معادلهٔ دیفرانسیلی را حل می‌کنیم:

$$a\frac{d^2x(t)}{dt^2}+b\frac{dx(t)}{dt}+cx(t)=f(t)$$

$$ap^2Ae^{pt}+bpAe^{pt}+cAe^{pt}=0$$

$$\left(ap^2+bp+c\right)Ae^{pt}=0$$

$$ap^2+bp+c=0$$

با حل معادلهٔ درجه دوم، ریشه‌های معادله بدست می‌آید:

$$p_1,p_2=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

بسته به مقادیر ریشه‌ها سه حالت ممکن است اتفاق افتد که فوق میرا، میرای بحرانی و زیر میرا نامیده می‌شوند.

حالت فوق میرا:

اگر $b^2 > 4ac$ باشد مقادیر p_1 و p_2 حقیقی هستند و جواب معادلهٔ دیفرانسیلی (پاسخ گذرا) بصورت زیراست:

$$x_{trans}(t)=A_1e^{-p_1t}+A_2e^{-p_2t}$$

که مقادیر p_1 و p_2 معلوم هستند ولی مقادیر A_1 و A_2 باید با توجه به شرایط اولیه معلوم شوند.

حالت میرای بحرانی:

این حالت زمانی اتفاق می‌افتد که $b^2 = 4ac$ باشد. با توجه به آنچه از معادلات دیفرانسیل می‌دانیم فرم جواب بصورت زیر است:

$$x_{trans}(t)=A_1e^{-pt}+A_2te^{-pt}$$

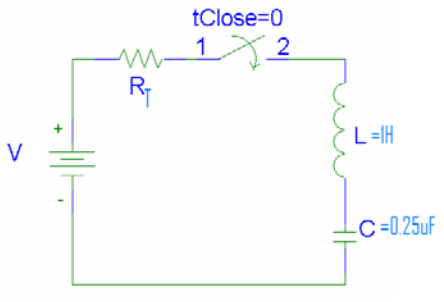
که مشابه حالت قبل مقادیر p_1 و p_2 معلوم هستند ولی مقادیر A_1 و A_2 باید معلوم شوند.

MohandesYar.com

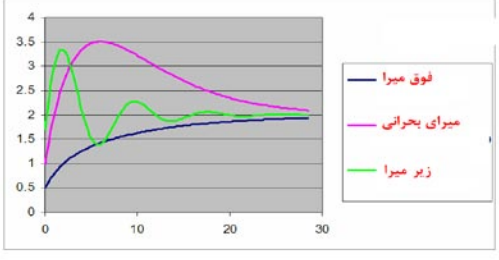
حالت زیر میرا:

این حالت زمانی اتفاق می‌افتد که $b^2 < 4ac$ باشد. با توجه به آنچه از معادلات دیفرانسیل می‌دانیم فرم جواب بصورت زیر است:

$$p_{1,2} = -\alpha \pm j\beta$$
$$x_{trans}(t) = Ce^{-\alpha t}\sin(\beta t + \phi)$$
$$x_{trans}(t) = K_1 e^{-\alpha t}\sin(\beta t) + K_2 e^{-\alpha t}\cos(\beta t)$$



که مشابه حالت قبل مقادیر p_1 و p_2 معلوم هستند ولی مقادیر C و ϕ باید معلوم شوند.



مثال از RLC سری: در یک مدار RLC سری مقدار $C=0.25^{uF}$ و $L=1^{H}$ می‌باشند. برای مقادیر مختلف مقاومت $R_T=8.5k\Omega$ و $4k$ و $8k$ مشخص کنید که مدار زیرمیرا، فوق میرا یا میرای بحرانی است.

حل: معادله زیر که از حل آن مقادیر فرکانسهای طبیعی بدست می‌آید را معادله مشخصه می‌نامند:

$$ap^2 + bp + c = 0$$
$$p_1, p_2 = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

برای مشخص کردن اینکه مدار در کدام یک از حالات زیرمیرا، فوق میرا یا میرای بحرانی است، باید معادله مشخصه را نوشته و حل کرد.

اگر $R_T=8.5^{K\Omega}$ باشد.

MohandesYar.com

در حالت سری $a=1$ و $b=R/L$ و $c=1/LC$ میباشند. بنابراین:

$$ap^2+bp+c=0$$

$$p^2+(\frac{8.5\times10^3}{1})p+(\frac{1}{1\times0.25\times10^{-6}})=0$$

$$p^2+8.5\times10^3\,p+4\times10^6=0$$

با توجه به اینکه مقدار $b^2\text{-}4ac=56.25*10^6$ بزرگتر از صفر می‌باشد، معادله دو جواب حقیقی دارد و مدار در حالت فوق میرا قرار دارد.

$$p_2=-500 \text{ و } p_1=-8000$$

اگر $R_T=4^{K\Omega}$ باشد.

دوباره معادله مشخصه تشکیل می‌شود و ریشه‌ها را بدست می‌آوریم:

$$a=1 \text{ و } b=R/L \text{ و } c=1/LC$$

$$a=1 \text{ و } b=4000 \text{ و } c=4*10^6$$

$$b^2\text{-}4ac=16*10^6\text{-}16*10^6=0$$

بنابراین مدار در حالت میرای بحرانی قرار دارد. و هر دو ریشه معادله برابر هم و 2000- هستند.

اگر $R_T=1^{K\Omega}$ باشد.

معادله مشخصه تشکیل می‌شود و ریشه‌ها را بدست می‌آوریم:

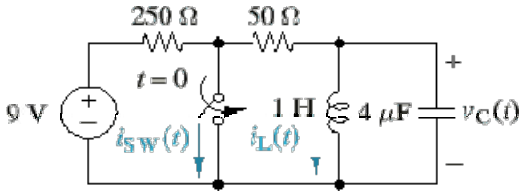
$$a=1 \text{ و } b=R/L \text{ و } c=1/LC$$

$$a=1,\ b=1000,\ c=4*10^6$$

$$b^2\text{-}4ac=10^6\text{-}16*10^6=-15*10^6$$

مثال از RLC موازی: در مدار RLC زیر ابتدا مقادیر اولیه ولتاژ خازن و جریان سلف را بدست آورید. سپس رابطهٔ ولتاژ خازن را برای زمانهای بعد از بسته شدن کلید بدست آورید.

MohandesYar.com



حل: در زمانهای قبل از صفر که کلید تغییر وضعیت ندارد، سلف مانند اتصال کوتاه و خازن مدار باز درنظر گرفته می‌شود. بنابراین جریان سلف برابر است با:

$$i_L(0^-) = 9/(250+50) = 30^{mA}$$

$$V_C(0^-) = 0$$

حال با استفاده از روابط گفته شده برای مدارهای *RLC* پاسخ مدار را بدست می‌آوریم. برای *RLC* موازی $a=1$ و $b=1/RC$ و $c=1/LC$ می‌باشند.

$$a=1$$

$$b=1/(50*4*10^{-6})=5000$$

$$c=1/(4*10^{-6})=25*10^4$$

توجه به این نکته لازم است که بعد از بسته شدن کلید تنها مقاومت ۵۰ اهم در مدار *RLC* وجود دارد.

حال معادله مشخصه را نوشته و حل می کنیم:

$$ap^2 + bp + c = 0$$

$$p^2 + 5000\ p + 25 \times 10^4 = 0$$

$$b^2 - 4ac = (2500 - 4 \times 25)10^4 = 24 \times 10^6$$

$$s_1 = -50.51, \text{ and } s_2 = -4950$$

$$p_1 = -50.51 \quad , \quad p_2 = -4950$$

MohandesYar.com

بنابراین مدار در حالت فوق میرا قرار دارد و پاسخ آن بشکل زیر است:

$$i_L(0) = K_1 e^{-50.51t} + K_2 e^{-4950t}, t \geq 0$$

برای یافتن مقادیر مجهول از شرایط اولیه استفاده می‌کنیم:

$$i_L(0) = I_o = K_1 e^0 + K_2 e^0 = 30 \times 10^{-3}, t \geq 0$$

$$v_C(0) = L \frac{di_L}{dt}(0) = 0$$

دو رابطهٔ بدست آمده تشکل یک دستگاه دو معادله دو مجهول می‌دهند:

$$K_1 + K_2 = 30 \times 10^{-3}$$
$$-50.51K_1 - 4950K_2 = 0$$

از آنجا که خازن و سلف با هم موازی هستند می‌توان نوشت:

$$v_C(t) = L \frac{di_L}{dt} = -1.53e^{-50.51t} + 1.53e^{-4950t}\ V, t \geq 0$$

پاسخ کامل مدار *RLC*:

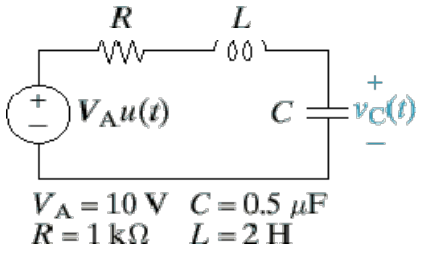
همانگونه که قبلاً گفته شد پاسخ کامل مدار *RLC* شامل دو قسمت است:

مقدار نهایی + پاسخ طبیعی=پاسخ مدار

در حالتی که منبعی در مدار وجود دارد وبه آن انرژی می‌دهد، باید مقدار نهایی هم محاسبه شود و در هنگام یافتن ضرایب مجهول پاسخ مدار، از آنها استفاده شود.

MohandesYar.com

مثال: در مدار زیر شرایط اولیه صفر است. ولتاژ خازن را برای زمانهای بعد از صفر بدست آورید.



حل: مدار *RLC* سری است و بنابراین داریم:

$$10^{-6}\frac{d^2v_C}{dt^2}+0.5\times10^{-3}\frac{dv_C}{dt}+v_C=10,t\geq0$$

از حل معادله فوق پاسخ طبیعی مدار بدست می‌آید:

$$v_n(t)=K_1e^{-250t}\cos 968t+K_2e^{-250t}\sin 968t\ ,\ t\geq0$$

با توجه به وجود منبع ولتاژ در مدار باید پاسخ نهایی را نیز به رابطه فوق اضافه کنیم:

$$v_C(t)=10+K_1e^{-250t}\cos 968t+K_2e^{-250t}\sin 968t,t\geq0$$

حال با استفاده از شرایط اولیه مقادیر مجهولات را در ربطهٔ فوق بدست می‌آوریم:

$$v_C(0)=10+K_1=0$$
$$\frac{dv_C}{dt}(0)=-250K_1+968K_2=0$$

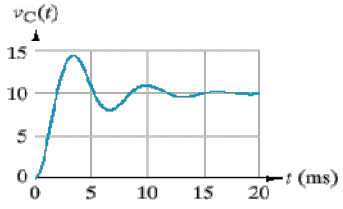
از حل دستگاه فوق مقادیر k_1 و k_2 بصورت زیر بدست می‌آیند:

K_1=-10, K_2=-2.58

$$v_C(t)=10-10e^{-250t}\cos 968t-2.58e^{-250t}\sin 968t,t\geq0$$

MohandesYar.com

نحوهٔ تغییرات ولتاژ خازن بصورت زیر است:

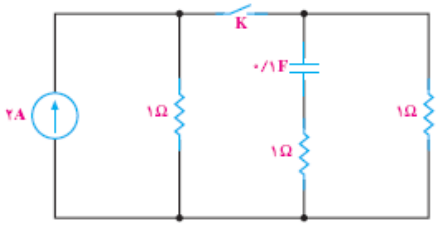


جمعبندی:

- با توجه به سری یا موازی بودن مدار RLC چندجمله‌ای مشخصه را تشکیل دهید.
- با استفاده از روشهای حل معادلات دیفرانسیل، جواب معادله مشخصه را بدست آورید.
- مقدارنهایی پاسخ را با فرض مدار باز بودن خازن و اتصال کوتاه بودن سلف بدست آورده به معادله اضافه کنید.
- با استفاده از شرایط اولیه، مجهولات موجود در پاسخ را بدست آورید.

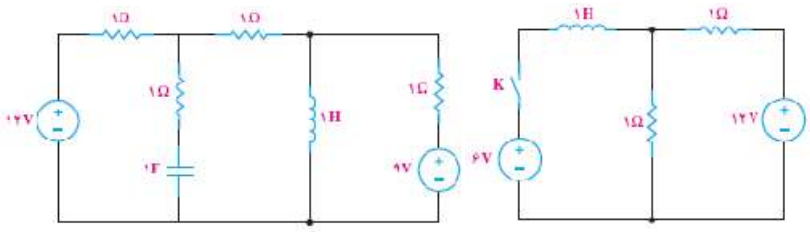
تمرین:

۱- در مدارهای شکل زیر پس از وصل شدن کلید k و سپری شدن ۵ ثابت زمانی، انرژی ذخیره شده در سلف و خازن را حساب کنید.

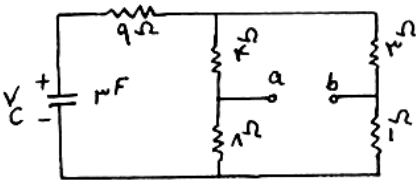


MohandesYar.com

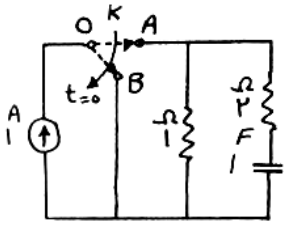
۲- مدار شکل های زیر در حالت ماندگار اند. توانی که هرکدام از منابع به مدار می دهند، چند وات است؟



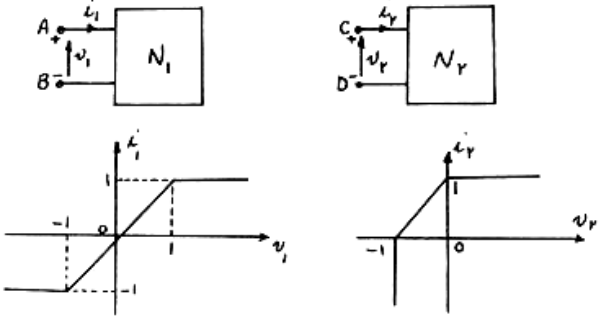
۳- در مدار شکل زیر $V_C(0^+) = 10\ Volt$.مقدار V_{ab} را برای $t \geq 0$ بدست آورید.



۴- در مدار شکل مقابل کلید k به مدت زیادی در وضعیت OA بوده است. در لحظه $t=0$ کلید را از وضعیت OA به وضعیت OB می آوریم. شکل موج ولتاژ دوسر خازن کدام است؟

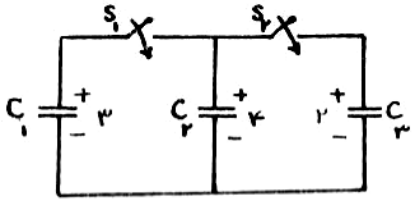


۵- مشخصه i-v مربوط به دو مدار N_1 و N_2 مطابق شکل زیر داده شده است. اگر A را به D و B را به C وصل کنیم، V_1 و I_1 ؟

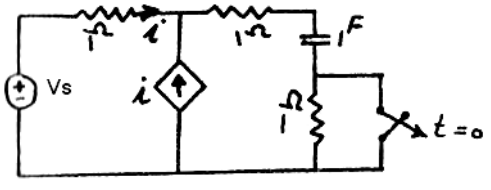


مهندس یار
MohandesYar.com

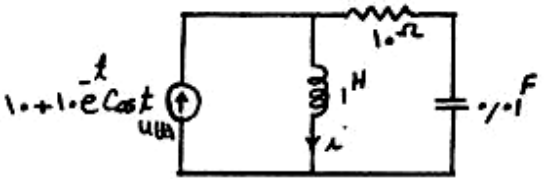
۶- در مدار شکل زیر $C_1 = 2f$ و $C_2 = 1f$ و $C_3 = 3f$ و ولتاژ اولیه آنها در $t=0$ به ترتیب ۳، ۴ و ۲ ولت است و کلید های S_1 و S_2 در $t=0$ باز هستند. در $t=0$ کلید ها را به طور همزمان می بندیم، انرژی ذخیره شده در مدار در فاصله 0^+ و 0^- چه تغییری می کند؟



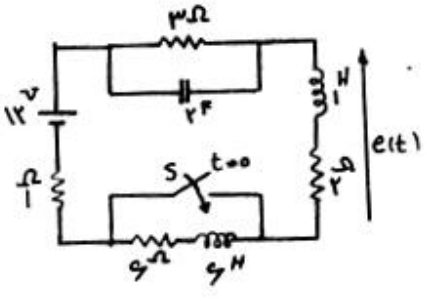
۷- کلید S به مدت طولانی بسته بوده و در $t=0$ باز می شود. اگر $V_S = u(t)$ باشد، پاسخ $i(t)$ برابر است با؟



۸- در مدار شکل مقابل مقدار $\left.\frac{di}{dt}\right|_{0^+}$ برابر است با؟

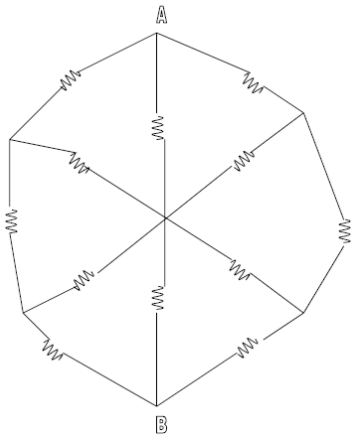


۹- مدار شکل مقابل در حالت دائمی است. (کلید S باز)، در لحظه $t=0$ کلید S بسته می شود. مطلوب است $e(0^+)$ و $\left.\frac{dt}{dt}\right|_{0^+}$



MohandesYar.com

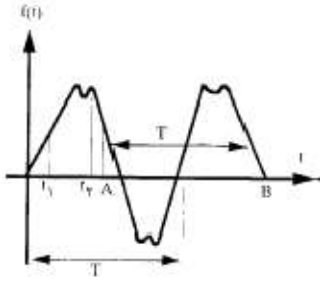
۱۰- در مدار شکل زیر با استفاده از روش ستاره مثلث مطلوب است مقاومت معادل دو سر A و B:



معرفی منابع جریان متناوب

در مدارهای جریان متناوب به جای منابع DC که قطب های ولتاژ ثابت و جهت جریان نیز ثابت می باشد از منابعی استفاده می شود که پلاریته قطب ها و همچنین جهت جریان متناوباً تغییر می نماید و طی یک دور کامل تکرار می شوند که به آن AC گفته می شود. اولاً در زمانهای مختلف مقدار آن تغییر می نماید.

ثانیاً مقدار طی یک نیم سیکل علامت آن عوض می شود.(شکل زیر)



شکل ۱

این نوع توابع در مدارها بصورت تابع ولتاژ $v(t)$ و تابع جریان $i(t)$ و تابع توان $p(t)$ ظاهر می شوند.

تعاریف: برای معرفی این نوع توابع پارامترهای زیر تعریف می شوند.

۱-پریود: زمان لازم برای طی یک سیکل را پریود گویند و با حرف T نشان می دهیم باید توجه داشت که پریود فقط فاصله زمانی بین ابتدا و انتهای یک سیکل نمی باشد بلکه فاصله هر نقطه از یک سیکل با نقطه مشابه در سیکل بعدی را پریود نامند. مثلاً فاصله بین A تا B در شکل فوق نیز تشکیل یک پریود را می دهد.

واحد آن ثانیه است و اگر محور برحسب زاویه بیان شود $\theta=\omega t$ در این صورت برحسب درجه یا رادیان (rad) می باشد که ω سرعت زاویه ای نامیده می شود.

$$\omega=\frac{\theta}{t} \Rightarrow \theta=\omega t \quad \text{سرعت زاویه‌ای}$$

۲- فرکانس: تعداد سیکلها در ثانیه فرکانس نامیده می شود که با f نشان داده می شود.

MohandesYar.com

رابطه پریود با فرکانس:

$$f = \frac{1}{T}$$

و واحد آن یک برثانیه است که به هرتز معروف است.

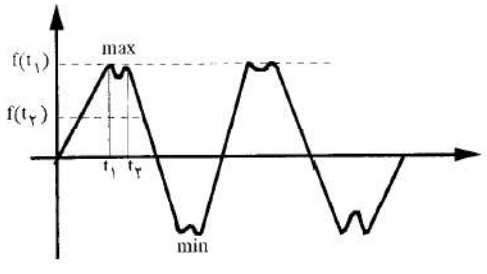
مثال: اگر فرکانس موج Hz ۵۰ است پریود آن چقدر است؟

$$T = \frac{1}{f} = \frac{1}{50} = 0/02 \text{ (ثانیه)}$$

۳- مقادیر لحظه ای: مقداری که تابع درهرلحظه از زمان دارا می باشد مقدار لحظه ای آن نامیده می شود.

مثلاً $f(t_1)$ یا $f(t_2)$ در شکل قبل که مقادیر لحظه ای در زمان های t_1 و t_2 می باشند که در مدار به صورت توابع $v(t)$ و $i(t)$ یا $p(t)$ که تابع زمانی می باشد بیان می شوند.

۴- مقادیر ماکزیمم یا پیک: ماکزیمم مقدار تابع یا موج را پیک آن می گویند که می توان با علامت مثبت یا علامت منفی باشد.



شکل ۲

۵- مقدار متوسط *average* : مقدار متوسط یک تابع عبارتست از مساحت زیر منحنی تابع در یک تناوب که بصورت زیر بیان می شود:

$$f(av) = \frac{\text{مساحت زیر منحنی در یک تناوب}}{\text{یک دوره تناوب}} = \frac{\int_0^T f(t)\,dt}{T} = \frac{1}{T}\int_0^T f(t)\,dt$$

MohandesYar.com

که با اندیس های *av* و *mean* نشان داده می شود. برای موج های ولتاژ و جریان و توان با روابط زیر مشخص می شوند.

$$V_{mean} = V_{av} = \frac{1}{T}\int_{0}^{T} v(t)\,dt$$

$$I_{mean} = I_{av} = \frac{1}{T}\int_{0}^{T} i(t)\,dt$$

$$P_{av} = \frac{1}{T}\int_{0}^{T} p(t)\,dt$$

در صورتی که محور افقی را بر حسب درجه یا رادیان در نظر بگیریم در این صورت لازم است در فرمول های فوق به جای پریود T مقادیر 2π یا 360° را (که مقدار یک سیکل کامل یا پریود می باشد) منظور گردد و به صورت زیر نوشته شود:

$$V_{av} = \frac{1}{2\pi}\int_{0}^{2\pi} v(t).d(\omega t)$$

$$I_{av} = \frac{1}{2\pi}\int_{0}^{2\pi} i(t).d(\omega t)$$

$$P_{av} = \frac{1}{2\pi}\int_{0}^{2\pi} p(t).d(\omega t)$$

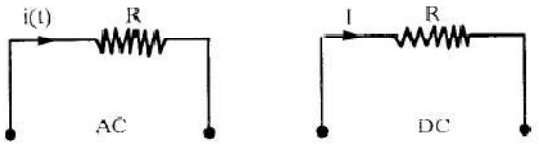
۶- مقدار موثر: مقادیر موثر را در ارتباط با مقادیر *DC* موج تعریف می شود. اگر جریان $i(t)$ در یک مقاومت خالص R یک توان $p(t)$ ایجاد کند مقدار توان متوسط آن به صورت زیر بیان می شود.

$$P_{av} = \frac{1}{T}\int_{0}^{T} p(t)\,d(t)$$

همین P_{av} را می توان توسط یک جریان ثابت I در مقاومت R ایجاد نمود که به صورت رابطه $P_{av} = RI^2$ بیان می شود. در این صورت می گوئیم جریان $i(t)$ دارای مقدار موثری است که توان ایجاد شده توسط آن با توان ایجاد شده

MohandesYar.com

جریان I برابری می نماید یا به عبارتی دیگر مقداری از جریان AC که بتواند همان مقدار توان متوسط جریان I ثابت را ایجاد نماید مقدار موثر نامیده می شود.



شکل ۳

$$p(t) = v(t) \cdot i(t)$$
$$v(t) = Ri(t)$$
$$p(t) = Ri(t^2)$$
$$P_{av} = \frac{1}{T}\int_0^T Ri(t^2)\,dt \qquad (1)$$

از طرفی در مدار DC مقدار متوسط توان $P_{av} = RI_{eff}^2$ (۲) می باشد.

با مساوی قرار دادن دو رابطه (۱) و (۲) خواهیم داشت:

$$RI_{eff}^2 = \frac{1}{T}\int_0^T Ri(t^2)\,dt \Rightarrow I_{eff} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T i(t^2)\,dt}$$

به طور مشابه برای ولتاژ موثر به صورت:

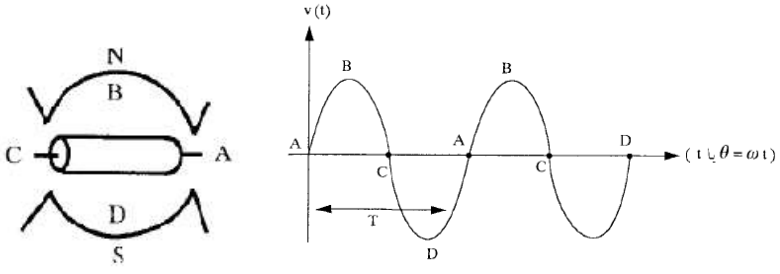
$$V_{eff} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T v(t^2)\,dt}$$

چون این مقدار جذر متوسط مربع موج می باشد که به Rms نیز گفته می شود که حروف اختصاری (*Root of mean squared*) گرفته شده است.

MohandesYar.com

موج سینوس *(sine wave)* : یکی از مهم ترین امواج متناوبی موج سینوس می باشد که توسط ژنراتورها تولید می شود. در بررسی مدارهای جریان متناوب *(AC)* اغلب با موج سینوس سر و کار داریم که طرز تشکیل آن بصورت زیر می باشد.

اگر کلاف یا سیم پیچی در میدان مغناطیسی دائمی دوران کند با توجه به وضعیت کلاف با سیم پیچ در داخل میدان طبق قانون فاراده در داخل آن ولتاژ القاء می شود. که با توجه به قطب های ماشین که فوران ایجاد شده تقریباً سینوسی می باشد باعث ایجاد موج سینوسی در سیم پیچ می گردد که در نقاط A و C صفر بوده و در نقاط B و D ماکزیمم می گردد که پس از یک دور تکرار می گردد که موج سینوسی متناوب نامیده می شود :



شکل ۴

و معادله آن بر حسب زاویه به صورت زیر می باشد:

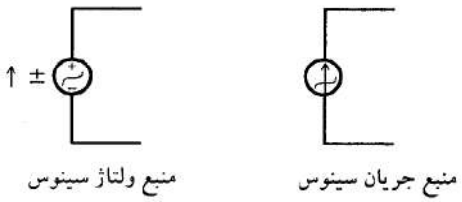
$$\begin{cases} v(t) = v_m \sin\theta \\ v(t) = v_m \sin\omega t \end{cases}$$

مثلاً موج سینوسی $v(t) = ۵\sin ۵۰\,t$

$$\omega = ۵۰ = \omega = ۲\pi f \qquad f = \frac{۵۰}{۲\pi} \simeq ۸\,Hz$$

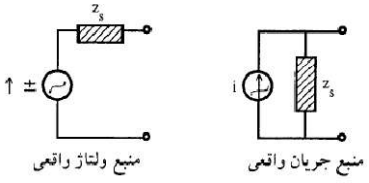
در مدارهای الکتریکی تابع ولتاژ و جریان سینوسی به صورت علائم زیر نشان داده می شود که بعنوان منابع AC سینوس در تحلیل مدارها استفاده می شود که به صورت منابع ولتاژ ایده ال می باشند.

MohandesYar.com



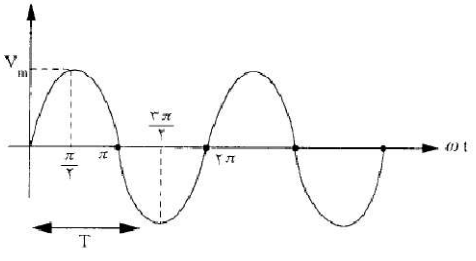
شکل ۵

و در صورت داشتن امپدانس داخلی به صورت زیر رسم می شوند که به منابع واقعی نامیده می شوند.



شکل ۶

مثال ۱: در شکل موج سینوسی زیر با معادله $V(t) = V_m \sin \omega t$ پریود، مقدار لحظه ای ولتاژ در $\frac{\pi}{۲}$ و π ، مقدار ماکزیمم، مقدار متوسط و مقدار موثر آن را بدست آورید.



پریود $T = ۲\pi$ رادیان

مقدار لحظه‌ای $V\left(\omega t = \frac{\pi}{۲}\right) = V_m \sin \frac{\pi}{۲} = V_m$

مقدار لحظه‌ای $V(\omega t = \pi) = V_m \sin \pi = ۰$

مقدار ماکزیمم $V_m = V_p$ و $V\left(\frac{۳\pi}{۲}\right) = -V_m$

$$V_{av} = \frac{۱}{T}\int_{۰}^{T} V(t)\,dt = \frac{۱}{۲\pi}\int_{۰}^{۲\pi} V_m \sin \omega t\, d\omega t = \frac{۱}{۲\pi} \times V_m (-\cos \omega t)\Big|_{۰}^{۲\pi}$$

$$V_{av} = \frac{۱}{۲\pi} \times V_m (-۱ + ۱) = ۰$$

MohandesYar.com

مقدار متوسط موج سینوس در یک سیکل کامل برابر صفر است.

$$V_{rms} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_{0}^{T} V(t)^2\, dt}$$

$$V_{rms} = \sqrt{\frac{1}{2\pi}\int_{0}^{2\pi} V_m^2 \sin^2 \omega t\, d\omega t}$$

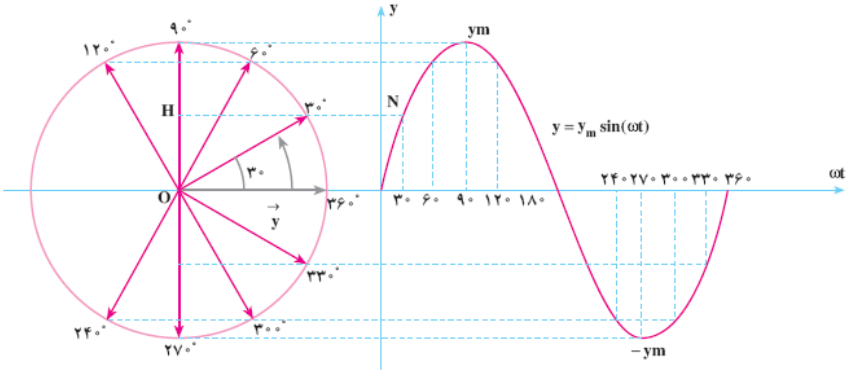
$$V_{rms} = \sqrt{\frac{1}{2\pi}\int_{0}^{2\pi} V_m^2 \frac{(1-\cos^2 \omega t)}{2}\, d\omega t}$$

$$V_{rms} = \sqrt{\frac{1}{2\pi}\times\frac{1}{2}V_m^2\,\omega t\Big|_{0}^{2\pi} - \frac{1}{2\pi}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\sin^2 \omega t\Big|_{0}^{2\pi}} = \frac{V_m}{\sqrt{2}}$$

مقدار موثر و متوسط برای یک جریان متناوب سینوسی $\begin{cases} I_{av} = 0 \\ I_{rms} = \dfrac{V_m}{\sqrt{2}} \end{cases}$ خواهد بود

نمایش برداری امواج متناوب سینوسی:

موج سینوسی $y = y_m \sin(\omega t)$ را مطابق شکل زیر در نظر می گیریم. در هر لحظه می توان دامنه ی این موج را از تصویر بردار چرخان $\vec{y}$ بر روی محور سینوس ها در دایره مثلثاتی معین کرد. بردار چرخان $\vec{y}$ با سرعت زاویه ای ω در جهت مثلثاتی دوران می کند.



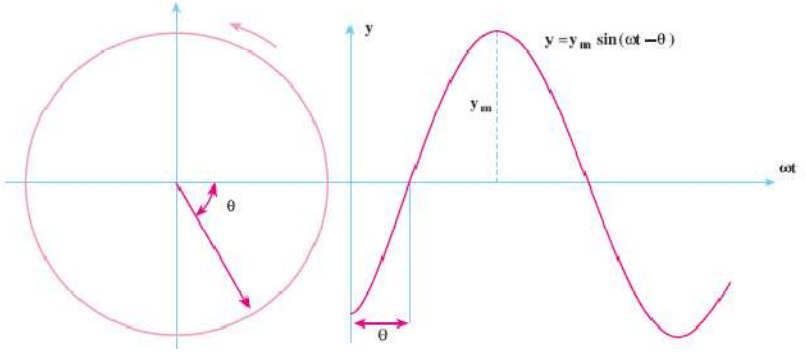
شکل ۷

MohandesYar.com

دامنه ی موج در $\omega t = ۳۰^\circ$ با نقطه N در روی منحنی سینوسی نشان داده شده است. این دامنه برابر پاره خط $\overline{OH}$ است. پاره خط $\overline{OH}$ تصویر بردار $\vec{y}$ در موقعیت $\vec{ON}$ است که نسبت به موقعیت صفر، ۳۰ درجه در جهت مثلثاتی دوران کرده است.

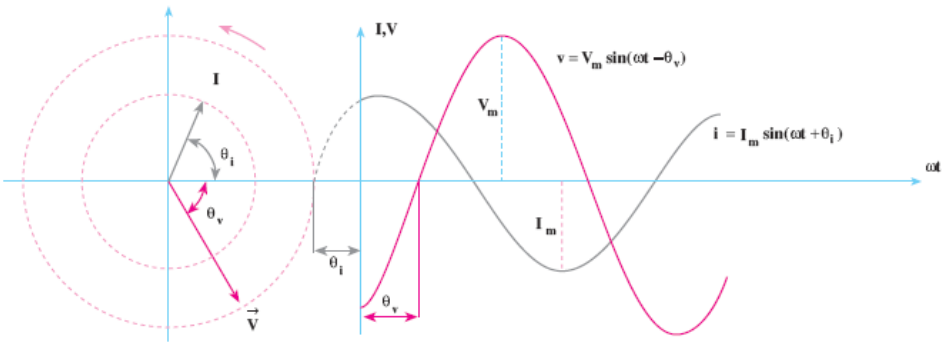
امواج سینوسی، ممکن است از مبدا مختصات شروع نشوند. مثلاً موج شکل ۷۱۵، θ درجه عقب تر از مبدا مختصات شروع می شود و به اصطلاح θ درجه پس فاز است. بردار این موج نسبت به محور x ها (ωt)، θ درجه پس فاز رسم می شود.

در شکل ۸ دو موج $v = V_m \sin(\omega t - \theta_V)$ و $i = I_m \sin(\omega t + \theta_i)$ نشان داده شده است. همان طور که مشاهده می کنید، بردار $\vec{V}$ متناسب با دامنه ی V_m به اندازه ی $-\theta^\circ_v$ عقب تر از محور xها رسم شده است. بردار $\vec{I}$ متناسب با دامنه I_m ، به اندازه ی $+\theta^\circ_i$ جلوتر رسم می شود. روشن است اختلاف فاز دو بردار $\vec{V}$ و $\vec{I}$ ، $\varphi = -\theta_V - \theta_i = -(\theta_V + \theta_i)$ خواهد بود. علامت φ منفی است، زیرا جریان پیش فاز است.



شکل ۸

MohandesYar.com



شکل ۹

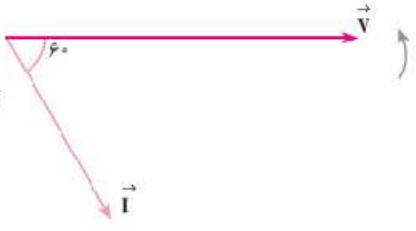
برای نشان دادن جریان و ولتاژ سینوسی یه صورت برداری، در شکل ۱۴-۲ تا ۱۶-۲ اندازه ی بردارها برابر دامنه ی ماکزیمم موج جریان و ولتاژ رسم شده است. از آن جا که در محاسبه ها معمولاً مقادیر موثر ولتاژ و جریان به کار می رود، می توان اندازه ی این بردارها را برابر مقدار دامنه ی موثر امواج رسم کرد.

مثال ۴-۲: معادله ی زمانی دو کمیت جریان و ولتاژ به صورت $i = ۲۰\sqrt{۲}\sin(۵۰۰t - ۶۰^\circ)$ و $v = ۲۰۰\sqrt{۲}\sin(۵۰۰t)$ است. پس از رسم بردارهای فاز $\vec{I}$ و $\vec{V}$ ، حاصل ضرب عددی $P = \vec{V}.\vec{I}$ را معین کنید.

راه حل: در رسم بردارهای فاز، لازم است دامنه ی موثر و زاویه ی فاز بردارها تعیین گردد و در محورهای مختصات با توجه به پس فاز یا پیش فاز بودن آن ها رسم شود. بردار جریان دارای مقدار موثر $|\vec{I}| = \frac{۲۰\sqrt{۲}}{\sqrt{۲}}$ و بردار ولتاژ دارای مقدار موثر $|\vec{V}| = \frac{۲۰۰\sqrt{۲}}{\sqrt{۲}}$ است. زاویه ی فاز بردار جریان $\theta_i = -۶۰^\circ$ و زاویه ی فاز ولتاژ $\theta_v = ۰$ است. بنابراین، اختلاف فاز بین بردار جریان و ولتاژ برابر $\varphi = \theta_v - \theta_i$ خواهد بود و مقدار آن $\varphi = ۰ - (-۶۰) = ۶۰$ درجه محاسبه می شود.

$$P = \vec{V}.\vec{I} = |V| \times |I| \cos\alpha$$

$$P = \frac{۲۰۰\sqrt{۲}}{\sqrt{۲}} \times \frac{۲۰\sqrt{۲}}{\sqrt{۲}} \cos ۶۰^\circ = ۲۰۰۰ W$$



شکل ۱۰

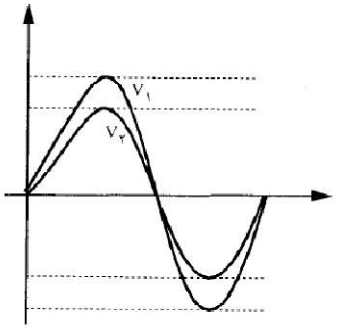
MohandesYar.com

مفاهیم همفاز، پیش فاز(تقدم فاز) و پس فاز (تاخیر فاز):

زاویه فاز: چنانچه دو موج را روی یک محور زمان نمایش دهیم، تفاوت مکانی که وضعیت یکی را نسبت به دیگری مشخص می کند زاویه فاز نامیده می شود.

در صورتیکه یکی از موج ها را به عنوان موج مرجع در نظر بگیریم، یک موج نسبت به موج مرجع به سه صورت می تواند قرار گیرد.

۱-هم فاز: دو موج با هم اختلاف زاویه نداشته باشند، با هم شروع و به پایان برسند و همچنین با هم از نقاط پیک عبور کنند و در تمام لحظات با هم هماهنگ و متناسب باشند ولی ممکن است مقدار دامنه آنها با هم فرق داشته باشند.

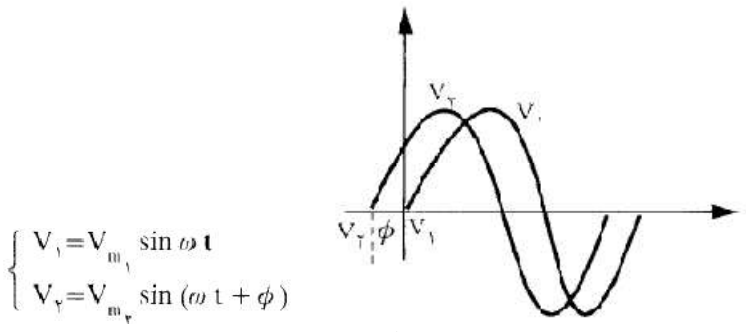


$$\begin{cases} V_1 = V_{m_1} \sin \omega t \\ V_2 = V_{m_2} \sin \omega t \end{cases}$$

شکل ۱۱

۲- پیش فاز: در این حالت یکی از موج ها از موجها از موج مرجع جلوتر است یا به عبارتی زودتر از موج مرجع بوجود آمده است. که در شکل روبرو موج ولتاژ V_2 به اندازه ϕ از موج V_1 جلوتر است و معادلات آنها بصورت زیر بیان می شود.

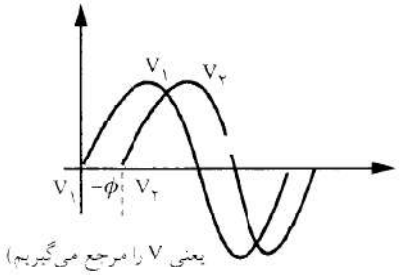
MohandesYar.com



$$\begin{cases} V_1 = V_{m_1} \sin \omega t \\ V_2 = V_{m_2} \sin (\omega t + \phi) \end{cases}$$

شکل ۱۲

۳- تاخیر فاز(پس فاز): که در این حالت موج موردنظر از موج مرجع عقب تر است، شکل و معادلات آنها بصورت زیر است:



$$\begin{cases} V_1 = V_{m_1} \sin (\omega t) \\ V_2 = V_{m_2} \sin (\omega t - \phi) \end{cases}$$

شکل ۱۳

رابطه جریان ولتاژ خازن:

همانطوریکه بیان گردید جریان خازن برابر است با تغییرات ولتاژ دو سر آن

$$i_c = \frac{c\,dv}{dt}$$

$$dv = \frac{1}{C} i_c\, dt$$

$$\int_{V(0)}^{V(t)} dv = \frac{1}{C} \int_0^t i_c\, dt$$

$$V(t) - V(0) = \frac{1}{C} \int_0^t i\, dt \Rightarrow V(t) = \frac{1}{C} \int_0^t i_c\, dt + V(0)$$

$V(0)$ ولتاژ که خازن در لحظه $t=0$ دارا می باشد که ولتاژ ذخیره شده از زمان $-\infty$ تا صفر می باشد.

MohandesYar.com

$$V(0) = \frac{1}{C} \int_{-\infty}^{0} i_c \, dt$$

یا به عبارتی اگر در رابطه(۱) حدود انتگرال گیری از $-\infty$ تا t در نظر بگیریم.

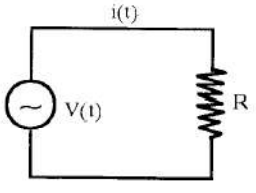
$$\int_{0}^{V(t)} dv = \frac{1}{C} \int_{-\infty}^{t} i_c \, dt = \frac{1}{C} \int_{-\infty}^{0} i_c \, dt + \frac{1}{C} \int_{0}^{t} i_c \, dt$$

$$\boxed{V(t) = \frac{1}{C} \int_{0}^{t} i_c \, dt + V(0)}$$

مطالعه رفتار مقاومت، سلف و خازن در جریان متناوب سینوسی:

مقاومت در مدار AC:

اگر به دو سر مقاومت R ولتاژ $V(t)$ سینوسی مثلا $V(t) = \sin \omega t$ اعمال شود جریانی در آن جاری می شود که با آن نسبت مستقیم دارد.



$$(1) \quad V(t) = V_m \sin \omega t$$

$$i(t) = \frac{V(t)}{R}$$

$$i(t) = \frac{V_m}{R} \sin \omega t$$

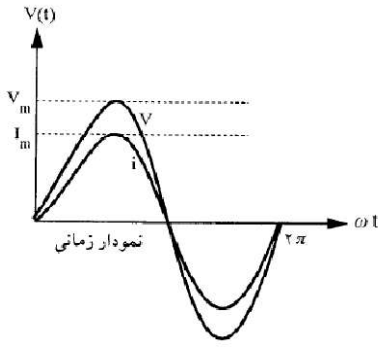
$$(2) \quad i(t) = I_m \sin \omega t$$

$$\text{مقاومت اهمی} = \frac{V_{rms}}{I_{rms}}$$

و نمودار زمانی ولتاژ و جریان به صورت زیر خواهد بود. که در این حالت بین ولتاژ و جریان مدار اختلاف فازی وجود ندارد و نسبت دامنه ولتاژ به دامنه جریان برابر مقاومت R است.

اگر ولتاژ و جریان را به صورت برداری نشان دهیم یعنی دو کمیت را با دامنه و زاویه فاز بیان کنیم در این صورت داریم:

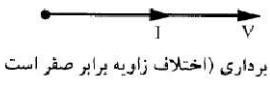
MohandesYar.com



$$V = V_m \angle 0^\circ \quad \text{یا} \quad V_{rms} \angle 0^\circ$$

$$I = I_m \angle 0^\circ \quad \text{یا} \quad I_{rms} \angle 0^\circ$$

$$R = \frac{V_m \angle 0^\circ}{I_m \angle 0^\circ} = R \angle 0^\circ$$

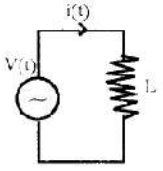


نمودار برداری (اختلاف زاویه برابر صفر است

شکل ۱۴

مطالعه سلف در جریان متناوب سینوسی:

هرگاه از سلفی جریان متناوب سینوسی به معادله $i(t) = I_m \sin \omega t$ عبور نماید با توجه رابطه ولتاژ و جریان در آن داریم:



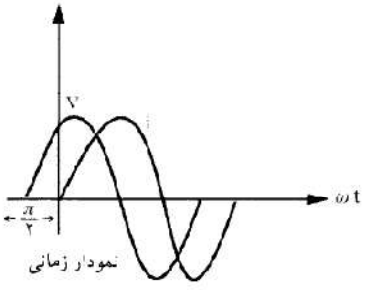
$$V(t) = L\frac{di(t)}{dt}$$

$$\frac{di(t)}{dt} = I_m \omega \cos \omega t$$

$$V(t) = I_m L \omega \cos \omega t$$

$$V(t) = I_m L \omega \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)$$

$$V(t) = V_m \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)$$



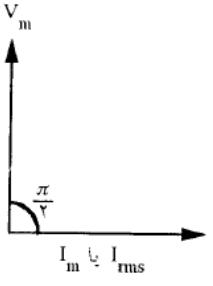
MohandesYar.com

با مقایسه معادلات جریان و ولتاژ نتیجه می شود.

۱-ولتاژ به اندازه $\frac{\pi}{۲}$ از جریان جلو می افتد.

۲-نسبت دامنه های ولتاژ و جریان $\frac{V_m}{I_m} = L\omega$ ظاهر می شود که راکتاس سلفی نامیده می شود و به x_L نشان می دهند.

۳-تابع ولتاژ و جریان هر دو سینوسی هستند فقط از نظر دامنه و زاویه فاز فرق دارند. اگر کمیت های ولتاژ و جریانی را برحسب برداری(دامنه و زاویه) نشان دهیم که فرم فیزوری گفته می شود. داریم:



$$I = I_m \angle 0^\circ$$

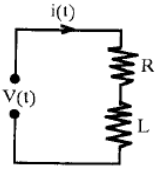
$$V = V_m = L\omega I_m \angle \frac{\pi}{۲} = j L\omega I_m$$

$$\frac{L\omega I_m \angle \frac{\pi}{۲}}{I_m \angle 0^\circ} \quad \text{یا} \quad L\omega \angle \frac{\pi}{۲} = j L\omega$$

که مقدار $L\omega = x_L$ راکتاس سلفی است.

بنابراین معادل سلف در جریان متناوب سینوس را می توان به صورت $L\omega$ نشان داد که هم مقدار راکتاس و هم زاویه را بیان می کند.

اگر سلف دارای مقاومت باشد مثل مدار شکل زیر:



شکل ۱۵

MohandesYar.com

اگر جریان:

$$i = I_m \sin \omega t \qquad (۱)$$

در مدار جاری شود در این صورت طبق قانون KVL :

$$V(t) = V_R(t) + V_L(t)$$

$$V_R(t) = R\, i(t) = R\, I_m \sin \omega t$$

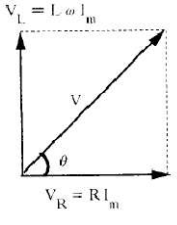
$$V_L(t) = L \frac{di(t)}{dt} = L \omega I_m \cos \omega t = L \omega I_m \sin \left(\omega t + \frac{\pi}{۲}\right)$$

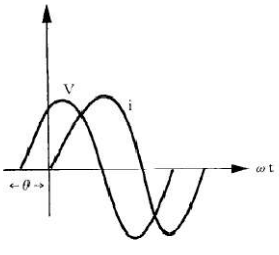
$$V(t) = R I_m \sin (\omega t) + L \omega I_m \sin \left(\omega t + \frac{\pi}{۲}\right)$$

برای به دست آوردن معادله ولتاژ $V(t)$ به صورت یک تابع به دو روش عمل می کنیم:

۱-روش برداری:

$$V = R I_m \angle ۰ + L \omega I_m \angle \frac{\pi}{۲}$$





$$V_m^۲ = V_R^۲ + V_L^۲ = I_m^۲ \left(x_L^۲ + R^۲\right)$$

$$\begin{cases} V_m = I_m \cdot \sqrt{x_L^۲ + R^۲} \\ \theta = \text{Arctg} \dfrac{L\omega}{R} \end{cases}$$

$$V = I_m \sqrt{x_L^۲ + R^۲} \angle \text{Arctg} \frac{L\omega}{R}$$

$$V(t) = \sqrt{x_L^۲ + R^۲}\, I_m \sin \left(\omega t + \text{Arctg} \frac{L\omega}{R}\right) \qquad (۲)$$

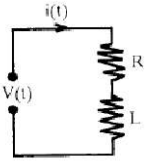
$$Z = \frac{V(t)}{I(t)} = \frac{\sqrt{x_L^۲ + R^۲} \angle \theta = I_m}{I_m \angle ۰} = \sqrt{x_L^۲ + R^۲} \angle \theta$$

MohandesYar.com

که Z را امپدانس (مقاومت ظاهری می گویند)

۲-روش مثلثاتی:

حل مدار RL (روش رابطه مثلثاتی) حال اگر یک مداری R و L سری در نظر بگیریم و به جریان متناوب سینوسی $i = I_m \sin \omega t$ وصل شود.



$$V(t) = V_R + V_L$$

$$V(t) = R\, i(t) + L \frac{d\, i(t)}{dt}$$

$$V(t) = R \times I_m \sin \omega t + L \omega I_m \cos \omega t \quad (۱)$$

شکل ۱۶

حال دو جمله سینوسی و کسینوسی فوق را که فرکانس هر دو یکی است می توانیم بصورت یک جمله سینوس با دامنه مثلاً A و زاویه ϕ بنویسیم.

$$V(t) = A \sin(\omega t + \phi)$$

$$V(t) = A \sin \omega t \cos \phi + A \cos \omega t \sin \phi \qquad (۲)$$

با مقایسه رابطه (۱) و (۲) داریم(ضرایب سینوس و کسینوس را برابر هم قرارمی دهیم)

$$R I_m = A \cos \phi \ , \ \omega L I_m = A \sin \phi$$

$$\operatorname{Arctg} \phi = \frac{L\omega}{R} \Rightarrow \phi = \operatorname{Arctg} \frac{L\omega}{R}$$

$$A^2 \cos^2 \phi = R^2 I_m^2$$

$$\Rightarrow A = I_m \sqrt{R^2 + (L\omega)^2}$$

$$A^2 \sin^2 \phi = (L\omega)^2 I_m^2$$

$$\boxed{V(t) = \sqrt{R^2 + (L\omega)^2}\, I_m \sin\left(\omega t + \operatorname{Arctg} \frac{L\omega}{R}\right)}$$

با مقایسه رابطه ولتاژ و جریان مدار خواهیم داشت نسبت دامنه ولتاژ به دامنه جریانی که مقاومت ظاهری نامیده می شود.

MohandesYar.com

$$Z = \frac{\sqrt{R^2 + (L\omega)^2}\, I_m}{I_m}$$

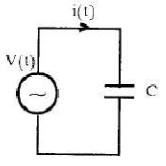
$$Z = \sqrt{R^2 + (L\omega)^2}$$

و زاویه اختلاف بین ولتاژ و جریان:

$$\phi = \text{Arctg}\ \frac{L\omega}{R}$$

خازن در جریان متناوب سینوس: اگر به دو سر یک خازن ولتاژ متناسب سینوس وصل کنیم.

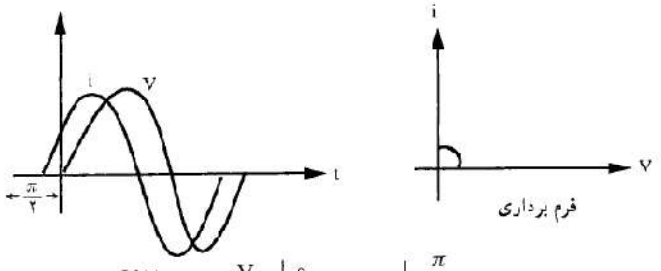
$$V = V_m \sin \omega t \qquad (1)$$



$$i = c\frac{dv}{dt}$$

$$i_{(t)} = c\,V_m\,\omega \cos \omega t = c\,V_m\,\omega \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) \qquad (2)$$

با مقایسه رابطه (۱) و (۲) مشاهده می شود که جریان ۹۰ درجه از ولتاژ جلوتر است :



$$\text{راکتانس خازنی} = \frac{V(t)}{I(t)} = \frac{V_m \angle 0}{cV_m\omega \angle +\frac{\pi}{2}} = \frac{1}{c\omega}\angle -\frac{\pi}{2} = -j\frac{1}{c\omega} = -j \times c$$

خازن در جریان متناوب علاوه بر اینکه باعث می شود که جریان ۹۰ درجه جلوتر از ولتاژ اختلاف زاویه پیدا کند یک مقاومت ظاهری به نام راکتاس خازنی $X_c = \frac{1}{c\omega}$ از خود ظاهر می کند.

نتیجه:

MohandesYar.com

۱–نسبت دامنه ولتاژ به جریان برابر مقدار X_c است که به راکتاس خازنی نامیده می شود.

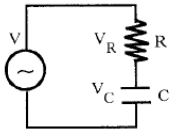
۲–جریان به اندازه ۹۰ درجه از ولتاژ جلو می افتد.

۳–نوع تابع ولتاژ و جریان یکی هستند فقط در دامنه و اختلاف فاز اختلاف دارند.

بنابراین معادل خازن دو مدار جریان متناوب سینوسی به صورت $-j\frac{1}{C\omega}$ نشان داد که هم مقدار X_c راکتاس خازنی و هم زاویه $\frac{\pi}{2}$ را نشان می دهد.

بررسی مدار RC در جریان متناوب سینوس:

$$V(t) = V_R(t) + V_C(t)$$



شکل ۱۷

اگر جریان به معادله $i = I_m \sin \omega t$ باشد.

در این صورت داریم:

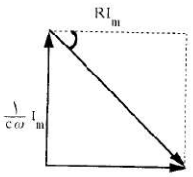
$$V(t) = R I_m \sin \omega t + \frac{1}{C}\int I_m \sin \omega t \, dt$$
$$V(t) = R I_m \sin \omega t + \frac{1}{C\omega} I_m (-\cos \omega t)$$
$$V(t) = R I_m \sin \omega t + \frac{1}{C\omega} I_m \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)$$

برای نوشتن پاسخ فوق به صورت یک تابع سینوسی یا کسینوسی به دو روش زیر عمل می کنیم:

۱–فرم برداری:

$$V = R I_m \angle 0^\circ + \frac{1}{C\omega} \angle -\frac{\pi}{2}$$

MohandesYar.com



$$V_m = I_m \sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{c\omega}\right)^2}$$

$$\theta = \text{Arctg} \frac{1}{c\omega R}$$

$$V = V_m \angle -\theta$$

$$V = I_m \sqrt{R^2 + x_c^2} \sin(\omega t - \theta)$$

$$V = V_m \sin(\omega t - \theta)$$

$$Z = \frac{V(t)}{I(t)} = \frac{I_m \sqrt{R^2 + x_c^2} \angle -\theta}{I_m} = \sqrt{R^2 + x_c^2} \angle -\theta$$

که با مشاهده معادله جریان و ولتاژ می بینیم که فقط در دامنه و زاویه فاز با هم فرق دارند و از نظر تابع یکی هستند یا هر دو سینوسی می باشند یا هر دو کسینوسی.

۲-روش حل تحلیل مدار RC : (از روش مثلثاتی)

$$V(t) = R I_m \sin \omega t - \frac{1}{c\omega} I_m \cos \omega t \qquad (۱)$$

اگر بخواهیم ولتاژ فوق به صورت تابع بنویسیم فرض می کنیم تابع مورد نظر به صورت کلی زیر است:

$$V = A \cos(\omega t + \phi)$$

$$V = A \cos \omega t \cos \phi - A \sin \omega t \sin \phi \qquad (۲)$$

ضریب رابطه ی (۱) و (۲) را با هم متناظر قرار می دهیم:

$$\begin{cases} -A \sin \phi = R I_m \\ A \cos \phi = -\frac{1}{c\omega} I_m \\ \text{tg}\, \phi = \frac{R I_m}{1/c\omega \times I_m} \Rightarrow \text{tg}\, \phi = R c \omega \\ \phi = \text{Arctg}\, R c \omega = \text{Arctg} \frac{R}{X_c} \end{cases}$$

$$A^2 = I_m^2 \left(R^2 + \left(\frac{1}{c\omega}\right)^2\right) \qquad A = I_m \sqrt{R^2 + X_c^2}$$

با جایگزینی V و φ در فرم کلی جواب خواهیم داشت:

$$V = I_m \sqrt{R^2 + X_c^2} \cos\left(\omega t + \text{Arctg} \frac{R}{X_c}\right)$$

$$\text{مقاومت ظاهری} = \frac{\text{ولتاژ}}{\text{جریان}} \Rightarrow |z| = \sqrt{R^2 + X_c^2}$$

کاربرد اعداد مختلط در تحلیل مدارهای جریان متناوب: (دوم برداری یا فیزوری)

MohandesYar.com

با توجه به بحث های گذشته نتایج زیر حاصل می شود:

۱- در مدارهای جریان متناوب نوع تابع تغییر نمی کند فقط در دامنه و زاویه تغییر حاصل می شود. بنابراین ما می توانیم تابع را با دامنه و زاویه در نظر بگیریم که به فرم برداری تابع معروف است و پس از حل مسئله در آخر تابع را به صورت زمانی بنویسیم مثلاً فرم زمانی تابع که در حوزه زمان است:

$$V = ۵ \sin(\omega t + ۳۰^\circ)$$

فرم برداری یا فیزوری یا قطبی:

$$V = ۵ \angle ۳۰$$

که در حوزه برداری کمیت ها را با حروف بزرگ و در حوزه زمان با حروف کوچک نشان می دهند.

مثال: فرم برداری تابع زمانی زیر را بدست آورید.

$$i = ۱۰ \sin(۳۷۴ t - ۴۵^\circ)$$

$$\begin{cases} I = ۱۰ \angle -۴۵ \\ \omega = ۳۷۴ \ \frac{rad}{se} \end{cases}$$

و همچنین اگر تابع در حوزه برداری مشخص باشد با توجه به نوع تابع به حوزه زمان تبدیل می کنیم.

مثال: فرم تابع رو به رو در حوزه زمان اگر سینوسی باشد.

$$\begin{cases} V = ۲۰ \angle ۳۰^\circ \\ \omega = ۱۰۰ \ \frac{rad}{se} \end{cases}$$

برابر است با:

$$V = ۲۰ \sin(۱۰۰ t + ۳۰^\circ)$$

۲- مقاومت: در مدار بین ولتاژ و جریان اختلاف زاویه ایجاد نمی کند و نسبت ولتاژ به جریان که به مقاومت تعریف شده دارای دامنه R و زاویه θ است پس در حوزه مختلط مقاومت به صورت خود باقی می ماند.

MohandesYar.com

$R\angle 0 = R$



سلف: در جریان متناوب باعث می گردید که اختلاف زاویه $\frac{\pi}{2}$ بین ولتاژ و جریان ایجاد گردد. بطوریکه نسبت ولتاژ به جریان دارای دامنه x_L (مقاومت القایی) و زاویه $\frac{\pi}{2}$ گردد. بنابراین سلف در مدار جریان متناوب بصورت شکل زیر است:

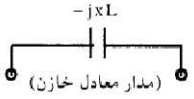
jxL فرم کارتی و $x_L\angle\frac{\pi}{2}$ فرم قطبی



(مدار معادل سلف)

خازن: خازن در جریان متناوب باعث می گردد که اختلاف زاویه $\frac{\pi}{2}$ بین ولتاژ و جریان حاصل شود که نسبت ولتاژ به جریان به صورت x_C و زاویه $-\frac{\pi}{2}$ خواهد بود.

$-jxC$ فرم کارتی و $x_C\angle-\frac{\pi}{2}$ فرم قطبی



(مدار معادل خازن)

در این روش به صورت مرحله ای به شکل زیر برای حل مدارهای جریان متناوب سینوسی عمل می شود:

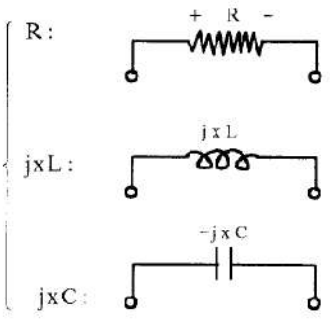
۱-تبدیل مدار از حوزه زمان به حوزه برداری(اعداد مختلط) که در این مرحله عناصر مدار را به حوزه برداری جایگزین می کنیم

۲-حل مدار در حوزه برداری به روش تحلیل مدار

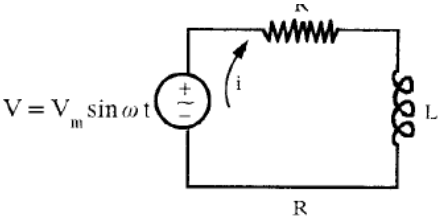
۳-برگشت از حوزه برداری به حوزه زمان

بنابراین سه عنصر مقاومت، سلف و خازن در مدارهای جریان متناوب به فرم برداری زیر می باشند:

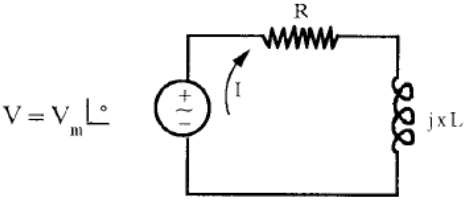
MohandesYar.com



مثال ۱: در مدار شکل زیر مقدار جریان را به دست آورید.



(دامنه موج یا برحسب V_m ماکزیمم یا V_e موثر است)



حوزهٔ برداری ـ یا فرکانس

معادله حلقه:

$$-V_m\angle^\circ + RI + jxLI = 0$$

$$I(R + jX_L) = V_m\angle^\circ$$

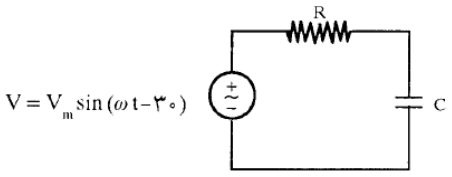
$$I = \frac{V_m\angle^\circ}{R + jX_L} = \frac{V_m\angle^\circ}{\sqrt{R^2 + X_L^2}\,\angle \text{Arctg}\frac{X_L}{R}} = \frac{V_m}{\sqrt{R^2 + X_L^2}}\angle -\text{Arctg}\frac{X_L}{R}$$

$$\boxed{i = \frac{V_m}{\sqrt{R^2 + X_L^2}}\sin\left(\omega t - \text{Arctg}\frac{X_L}{R}\right)}$$

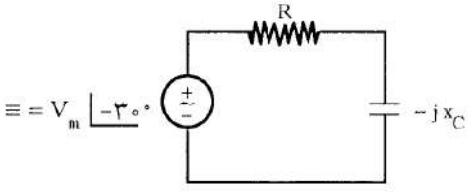
جواب نهایی در حوزه زمانی

MohandesYar.com

مثال ۲: در مدار شکل زیر مقدار جریان را بدست آورید؟



مدار در حوزه برداری:



معادله حلقه:

$$-V_m \lfloor -۳۰^\circ + R I - j x_C I = ۰$$

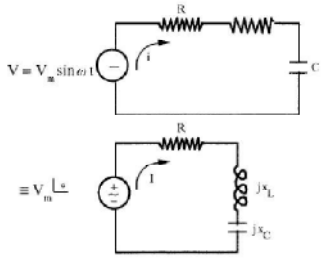
$$I = \frac{V_m \lfloor -۳۰^\circ}{R - j x_C} = \frac{V_m \lfloor -۳۰^\circ}{\sqrt{R^۲ + X_C^۲} \lfloor -\text{Arctg}\frac{X_C}{R}} = \frac{V_m}{\sqrt{R^۲ + X_C^۲}} \lfloor -۳۰^\circ + \text{Arctg}\frac{X_C}{R}$$

جواب در حوزه زمانی:

$$i(t) = \frac{V_m}{\sqrt{R^۲ + X_L^۲}} \sin\left(\omega t - ۳۰^\circ + \text{Arctg}\frac{x_c}{R}\right)$$

MohandesYar.com

مثال ۳: در مدار شکل زیر مقدار جریان را بدست آورید؟



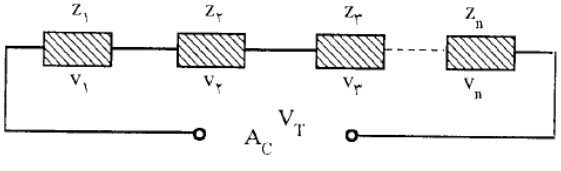
$$I=\frac{V_m\angle 0^\circ}{R+jX_L-jX_C}=\frac{V_m\angle 0^\circ}{R+j(X_L-X_C)}=\frac{V_m\angle 0^\circ}{\sqrt{R^2+(X_L-X_C)^2}\,\angle \text{Arctg}\,\frac{X_L-X_C}{R}}$$

$$\boxed{i=\frac{V_m}{\sqrt{R^2+(X_L-X_C)^2}}\sin\left(\omega t-\text{Arctg}\frac{X_L-X_C}{R}\right)}$$

اتصال امپدانس ها و ادمیتاس ها در مدارهای جریان متناوب:

همان طوریکه گفته شد نسبت ولتاژ به جریان در جریان متناوب به امپدانس یا مقاومت ظاهر نامیده می شود و با علامت Z نشان می دهیم. عکس امپدانس را ادمیتانس یا هدایت ظاهری نامیده و با حرف Y نشان می دهیم و رابطه آن دو به صورت $Z=\frac{1}{Y}$ بیان می شود. اتصال سری و موازی و ترکیبی و ستاره مثلث در مدارهای جریان متناوب با همان قواعد و فرمول های جریان DC انجام می شود با این تفاوت که در جریان متناوب امپدانس ها و ادمیتانسها به صورت اعداد مختلط می باشند.

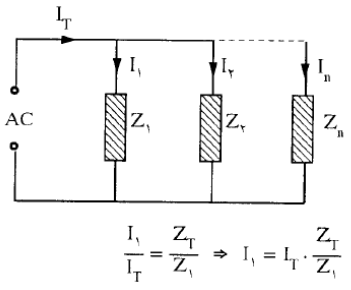
۱-تقسیم ولتاژ: در مدارهای سری امپدانسی نسبت افت ولتاژها به نسبت امپدانسها می باشد.



$$\frac{V_1}{V_T}=\frac{Z_1}{Z_T}\Rightarrow V_1=V_T\cdot\frac{Z_1}{Z_T}$$

MohandesYar.com

۲-تقسیم جریانی: تقسیم جریان در مدارهای جریان متناوب به نسبت عکس امپدانس ها می باشد.



۳-اتصال سری موازی: که در این نوع مدارها قواعد سری و موازی به صورت جداگانه استفاده می شوند.

۴-اتصال ستاره، مثلث: با بحث های مشابه فرمول های حاصل از مدارهای مقاومتی به صورت امپدانس استفاده می شوند.

تحلیل مدارهای جریان متناوب سینوسی

به طور کلی روش های تحلیل مدارهای متناوب به دو صورت زیر است:

۱- روش پتانسیل گره: که در این روش با استفاده از قانون *kcl* معادلات گره را برای گره های اصلی نوشته سپس از حل معادلات موارد خواسته شده را به دست می آوریم.

در این روش به صورت مرحله ای زیر انجام می دهیم:

۱- تبدیل مدار از حوزه زمان به حوزه برداری

۲- تعیین گره های اصلی و گره مبنا

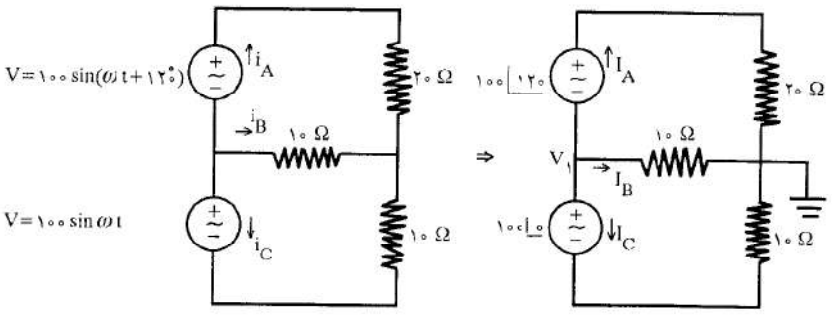
۳- نوشتن معادلات گره با استفاده از قانون *kcl*

۴- حل معادلات

۵- برگشت از حوزه برداری به حوزه زمان

MohandesYar.com

مثال ۱ : در مدار زیر به کمک پتانسیل گره جریانهای I_A و i_B را به دست آورید.



گره ۱ : $-I_A - I_B - I_C = 0 \quad \Rightarrow \quad I_A + I_B + I_C = 0$

$$\frac{V_1 + 100\angle 120^\circ}{20} + \frac{V_1}{10} + \frac{V_1 - 100\angle 0}{10} = 0$$

$$\frac{5V_1}{20} = -5\angle 120^\circ + 10\angle 0$$

$$V_1 = -20\angle 120^\circ + 40\angle 0$$

$$V_1 = -20(\cos 120^\circ + j\sin 120^\circ) + 40$$

$$V_1 = 50 - j\,17/32$$

$$V_1 = 53\angle -19/10^\circ$$

$$I_A = \frac{V_1 + 100\angle 120^\circ}{20} = \frac{50 - j\,17/32 - 50 + j\,86/6}{20} = j\,3/46\ A$$

$$I_A = 3/46\angle \pi/2$$

$$I_B = \frac{V_1}{10} = 5/3\angle -19/1^\circ$$

$$I_C = \frac{V_1 - 100\angle 0}{10} = \frac{50 - j\,17/32 - 100}{10} = -5 - j\,17/32$$

$$I_C = 5/3\angle -160/9^\circ$$

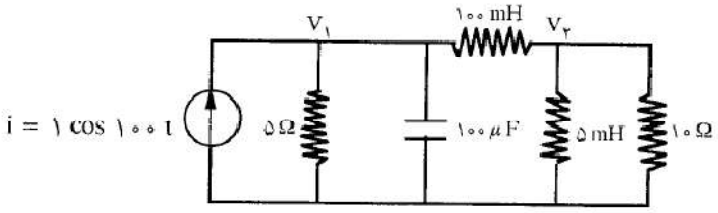
$$i_A = 3/46 \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)$$

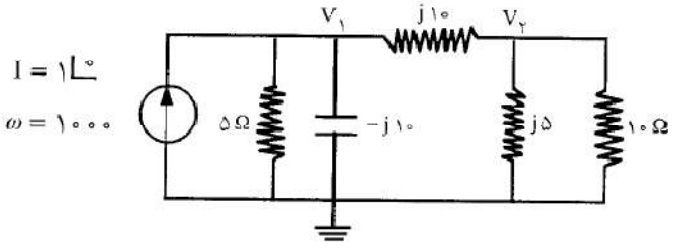
$$i_B = 5/3 \sin(\omega t - 19/1)$$

$$i_C = 5/3 \sin(\omega t - 160/9^\circ)$$

MohandesYar.com

مثال ۲: در مدار زیر معادلات گره های ۱ و ۲ را بنویسید ولتاژهای V_1 و V_2 را به دست آورید.





$$X_C = \frac{۱}{c\omega} = \frac{۱}{۱۰۰۰ \times ۱۰^{-۶} \times ۱۰۰۰} = ۱۰$$

$$X_{L_۱} = L\omega = ۱۰ \times ۱۰^{-۷} \times ۱۰۰۰ = ۱۰$$

$$X_{L_۲} = L\omega = ۵ \times ۱۰^{-۳} \times ۱۰^{۳} = ۵$$

گره ۱: $-۱\angle ۰ + \frac{V_۱}{۵} + \frac{V_۱}{-j۱۰} + \frac{V_۱ - V_۲}{j۱۰} = ۰$

گره ۲: $\frac{V_۲}{۱۰} + \frac{V_۲}{j۵} + \frac{V_۲ - V_۱}{j۱۰} = ۰$

$$\begin{cases} ۰/۲ V_۱ + j۰/۱ V_۲ = ۱ \\ j۰/۱ V_۱ + (۰/۱ - j۰/۳ V_۲) = ۰ \end{cases}$$

$$\begin{bmatrix} ۰/۲ & j۰/۱ \\ j۰/۱ & (۰/۱ - j۰/۳) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_۱ \\ V_۲ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ۱ \\ ۰ \end{bmatrix}$$

$$V_۱ = \frac{\begin{vmatrix} ۱ & j۰/۱ \\ ۰ & ۰/۱ - j۰/۳ \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} ۰/۲ & j۰/۱ \\ j۰/۱ & ۰/۱ - j۰/۳ \end{vmatrix}} \Rightarrow V_۱ = \frac{+۰/۱ - j۰/۳}{۱/۰۳ - j۰/۰۶} = \frac{۰/۳\angle ۱/۵۶^\circ}{۰/۰۶۷\angle -۶۳/۴۳} = ۴/۴۷\angle ۸/۱^\circ$$

$$V_۱ = ۴/۴۷\angle ۸/۱^\circ$$

$$V_۲ = \frac{\begin{vmatrix} ۰/۲ & ۱ \\ j۰/۱ & ۰ \end{vmatrix}}{\Delta} = \frac{j۰/۱}{۰/۰۶۷\angle -۶۳/۴۳} = ۱/۴۹\angle -۲۶/۰۵^\circ$$

$$\begin{cases} V_۱ = ۴/۴۷ \cos(۱۰۰۰ t - ۸/۱^\circ) & \text{در حوزه زمان} \\ V_۲ = ۱/۴۹ \cos(۱۰۰۰ t - ۲۶/۵^\circ) & \text{در حوزه زمان} \end{cases}$$

MohandesYar.com

۲- روش تحلیل جریان حلقه

در این روش همانند مدارهای *DC* با استفاده از قانون *kvl* معادلات حلقه های لازم را نوشته و سپس با حل آن ها پاسخ موردنظر را به دست می آوریم.

مراحل حل به صورت زیر است:

۱- تبدیل مدار از حوزه زمان به حوزه برداری

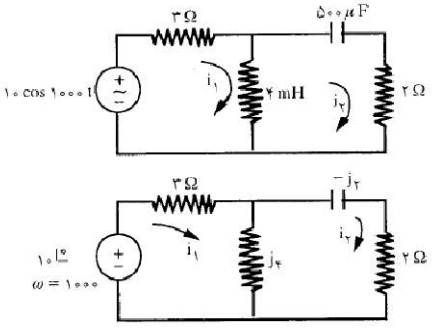
۲- تعیین حلقه های لازم

۳- نوشتن معادلات حلقه ها

۴- حل معادلات فوق

۵- برگشت از حوزه برداری به حوزه زمان

مثال۱: در مدار شکل زیر جریان های i_1 و i_2 را به دست آورید.



$$\text{حلقه اول}: -۱۰\angle ۰^\circ + ۳I_1 + j\,۴(I_1 - I_2) = ۰$$

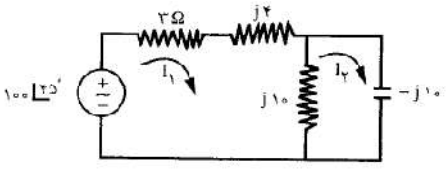
$$\text{حلقه دوم}: j\,۴(I_2 - I_1) - j\,۲I_2 + ۲I_2 = ۰$$

$$\begin{cases} I_1 = ۱/۲۴\angle (۲۹/۶^\circ)\ A \\ I_2 = ۲/۷۷\angle ۵۶/۳^\circ\ A \end{cases}$$

$$\begin{cases} i_1 = ۱/۲۴\cos(۱۰۰۰t + ۲۹/۶^\circ)\ A \\ i_2 = ۲/۷۷\cos(۱۰۰۰t + ۵۶/۳^\circ)\ A \end{cases}$$

MohandesYar.com

مثال ۲: در مدار زیر جریان را به دست آورید؟



$$\text{حلقه اول}: \quad 100\angle 45^\circ + 3I_1 + j4I_1 + j10(I_1 - I_2) = 0$$

$$\text{حلقه دوم}: \quad j10(I_2 - I_1) - j10I_2 = 0$$

$$\begin{cases} (3 + j14)I_1 - j10i_2 = 100\angle 45^\circ \\ -j10I_1 - 0 \times I_2 = 0 \end{cases}$$

از این معادله داریم:

$$I_1 = 0$$

$$I_2 = \frac{100\angle 45^\circ}{-j10} = \frac{100\angle 45^\circ}{10\angle -90^\circ} = 10\angle 135^\circ A$$

توان الکتریکی

آهنگ جذب یا تولید انرژی را توان الکتریکی می گویند. اگر آهنگ جذب یا تولید انرژی الکتریکی یک دستگاه ثابت باشد، توان دستگاه، مثدار کار انجام یافته در واحد زمان است و از رابطه ی $P = \frac{w}{t}$ تعیین می شود. واحد کار، ژول و واحد زمان ، ثانیه است. یک ژول بر ثانیه را وات (واحد توان) می گویند. هر هزار وات یک کیلو وات(*kw*) و هر یک میلیون وات یک مگاوات (*MW*) نامیده می شود.

$$1KW = 1000W \quad \text{(یک کیلو وات)}$$

$$1MW = 10^6 W \quad \text{(یک مگا وات)}$$

توان لحظه ای الکتریکی از حاصل ضرب عددی بردار ولتاژ و جریان در هر لحظه به دست می آید.

$$p_{(t)} = v_{(t)} \cdot i_{(t)}$$

در جریان متناوب (*AC*) توان الکتریکی در چندین مفهوم بررسی می شود. این مفاهیم عبارتند از:

توان لحظه ای، توان ظاهری، توان موثر، توان غیر موثر.

MohandesYar.com

توان لحظه ای: حاصلضرب لحظه ای جریان و ولتاژ را توان لحظه ای می گویند و آن را با $p_{(t)}$ نشان می دهند. اگر جریان لحظه ای را به i و ولتاژ لحظه ای را به v نشان دهیم، توان لحظه ای به صورت $p_{(t)} = v.i$ بیان خواهد شد. اگر در جریان متناوب ولتاژ را مبنا قرار دهیم، ولتاژ لحظه ای به شکل $v = V_m \sin \omega t$ و جریان لحظه ای به صورت $i = I_m \sin(\omega t + \theta_i)$ بیان می شود. φ زاویه اختلاف فاز و ولتاژ جریان برابر با $\varphi = \theta_v - \theta_i = ۰ - \theta_i = -\theta_i$ می شود که علامت آن منفی است؛ یعنی جریان نسبت به ولتاژ پیش فاز است. بنابراین:

$$p_{(t)} = v.i = V_m \sin \omega t \times I_m \sin(\omega t + \varphi) \quad \text{(توان لحظه‌ای)}$$

با توجه به این که $\sin\alpha \sin\beta = \frac{۱}{۲}[\cos(\alpha-\beta) - \cos(\alpha+\beta)]$ است. رابطه ی بالا را می توان به شکل زیر نوشت:

$$p_{(t)} = \frac{۱}{۲} V_m I_m [\cos\varphi - \cos(۲\omega t + \varphi)]$$

این رابطه بیان می کند که فرکانس تغییرات توان دو برابر فرکانس تغییرات ولتاژ و جریان است. تغییرات ولتاژ جریان و توان یک جریان متناوب را در شکل ۱۸ مشاهده می کنید.

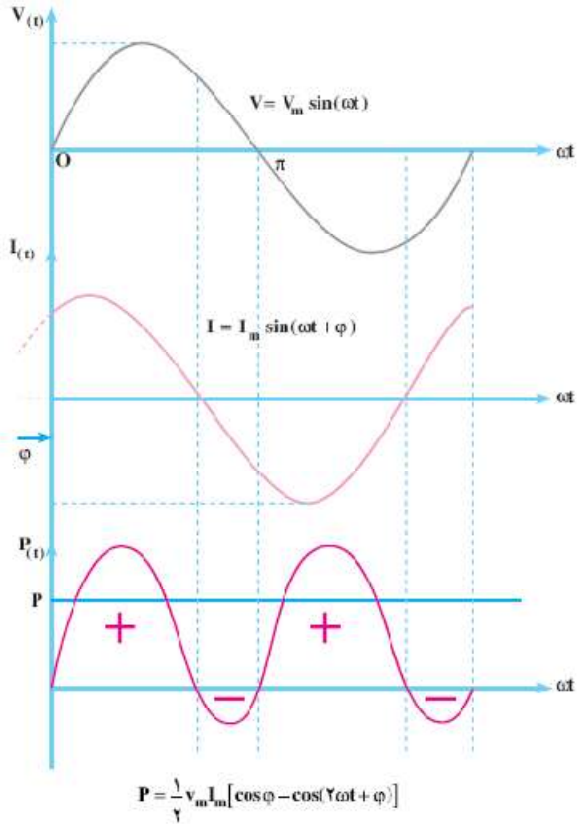
توان موثر: رابطه ی فوق توان لحظه ای را به صورت $p_{(t)} = \frac{۱}{۲} V_m I_m \cos\varphi - \frac{۱}{۲} V_m I_m \cos(۲\omega t + \varphi)$ بیان می کند. در یک سیکل کامل، مقدار متوسط $\frac{۱}{۲} V_m I_m \cos(۲\omega t + \varphi)$ صفر است؛ زیرا دارای دو نیم سیکل مثبت و منفی است که از نظر مقدار با هم برابرند. بنابراین، در یک سیکل کامل توان متوسط به صورت رابطه ی زیر بیان خواهد شد.

$$P = \frac{۱}{۲} V_m I_m \cos\varphi$$

اگر در رابطه ی بالا $V_m = \sqrt{۲} V_e$ و $I_m = \sqrt{۲} I_e$ را جایگزین کنیم خواهیم داشت:

$$P_e = V_e I_e \cos\varphi$$

MohandesYar.com



شکل ۱۸

P_e را توان موثر یا توان مفید می گویند. در مدارهای الکتریکی این توان، کار موثر را انجام می دهد. به عبارت دیگر، تبدیل انرژی الکتریکی به انرژی های دیگر توسط توان الکتریکی قابل توجیه است. ضمناً در مقاومت های اهمی، این توان به صورت انرژی حرارتی ظاهر می شود. $\cos\varphi$ را ضریب توان می گویند. هر چه ضریب توان به یک نزدیک تر باشد اختلاف فاز بین جریان و ولتاژ (φ) به صفر نزدیک می شود و توان موثر افزایش می یابد.

توان غیر موثر: در عناصر غیرفعال نظیر مقاومت های سلفی و خازنی، توان غیر موثری ظاهر می شود که نمی توان آن را به کار مفید تبدیل کرد. این توان به صورت موج سینوسی بین مصرف کننده و شبکه رفت و برگشت می کند و کاری انجام نمی دهد. در شبکه های الکتریکی به هنگام بهره گیری از خواص سلفی و خازنی در ایجاد میدان های مغناطیسی و الکتریکی، توان غیر موثر به طور ناخواسته در شبکه ظاهر می شود. این امر موجب می شود که مولدها نتوانند در جریان نامی توان مفید کامل به شبکه تحویل دهند. توان غیر موثر با رابطه ی زیربیان می شود:

MohandesYar.com

$$P_d = \pm V_e I_e \sin\varphi$$

چون در خازن ها جریان پیش فاز است، $\varphi = \theta_v - \theta_i$ منفی می شود و توان P_d را با علامت منفی خواهیم داشت. از آنجا که در مقاومت های سلفی $\varphi = \theta_v - \theta_i > 0$ است، توان غیر موثر با علامت مثبت خواهد شد.

واحد توان غیر موثر در سیستم *SI* ولت آمپر راکتیو است و با نماد *V.A.R* نشان داده می شود. هزار ولت آمپر رادیو اکتیو را کیلو ولت آمپر رادیواکتیو می گویند و با علامت اختصاری *KV.A.R* نشان می دهند. یک مگاولت آمپر راکتیو (*MV.A.R*) برابر یک میلیون ولت آمپر رادیواکتیو است.

توان ظاهری: حاصلضرب ولتاژ و جریان موثر را توان ظاهری می گویند و آن را با علامت اختصاری یا نشان می دهند. در سیستم *SI* واحد توان ظاهری ولت آمپر(*V.A*) است. هزاربرابر *V.A* را کیلو ولت آمپر می گویند و با علامت اختصاری *K.V.A* نشان می دهند. یک میلیون برابر *V.A* را مگا ولت آمپر می نامند و علامت اختصاری مشخصه ی آن *M.V.A* است. توان ظاهری از رابطه ی زیر به دست می آید.

$$P_s = V_e I_e$$

۵-۱۰-۲- ارتباط توان حقیقی و غیرمفید با توان ظاهری: بر اساس روابط بالا می توان نوشت:

$$P_e = V_e I_e \cos\varphi$$

اگر رابطه ی بالا را مجذور کنیم، خواهیم داشت:

$$P_e^2 = V_e^2 I_e^2 \cos^2\varphi$$

$$P_d = V_e I_e \sin\varphi$$

$$P_d^2 = V_e^2 I_e^2 \sin^2\varphi$$

دو رابطه ی بالا راجمع می کنیم. با توجه به این که $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$ است. خواهیم داشت:

MohandesYar.com

$$P_e^2 + P_d^2 = V_e^2 I_e^2 \cos^2\varphi + V_e^2 I_e^2 \sin^2\varphi$$

$$P_e^2 + P_d^2 = V_e^2 I_e^2 (\sin^2\varphi + \cos^2\varphi)$$

بنابراین:

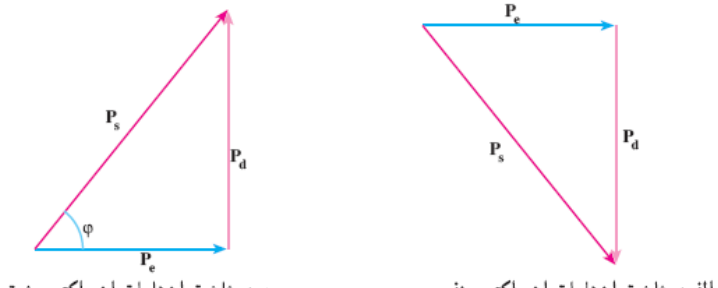
$$P_e^2 + P_d^2 = V_e^2 I_e^2$$

توان ظاهری است؛ بنابراین:

$$P_e^2 + P_d^2 = P^2{}_s$$

$$P_s = \sqrt{P_e^2 + P_d^2}$$

۶-۱۰-۲- مثلث توان ها: با توجه به رابطه ی اخیر ، می توان گفت P_s توان ظاهری وتر مثلث قائم الزاویه ای است که دو ضلع قائم آن توان های موثر و غیر موثر هستند. در رسم مثلث توان ها، توان موثر P_e را در راستای محور Xها رسم می کنند. از آنجا که در مقاومت خازنی و مقاومت سلفی خالص، جریان ها از ولتاژ به ترتیب ۹۰ درجه پیش فاز و ۹۰ درجه پس فاز است. اختلاف فاز φ در مقاومت خازنی منفی و در مقاومت سلفی مثبت خواهد بود. به همین علت، توان راکتیو مربوط به مقاومت سلفی مثبت و بالای محور Yها و توان راکتیو مربوط به خازن منفی پایین محور Yها رسم می شوند. توان های راکتیو در مقاومت سلفی و خازنی به علت آنکه ۱۸۰ درجه با هم اختلاف فاز دارند، در جهت خلاف یکدیگر بر شبکه تاثیر خواهند گذاشت. اگر شبکه از چندین شاخه تشکیل شده باشد، می توانیم توان شاخه ها را به دنبال هم رسم کنیم و توان موثر و غیر موثر کل شبکه را به دست آوریم و آن گاه توان ظاهری را معلوم کنیم.



الف: مثلث توان‌ها با توان راکتیو منفی

ب: مثلث توان‌ها با توان راکتیو مثبت

شکل ۱۹

MohandesYar.com

می توان نوشت:

$$P_e = P_s \cos\varphi \quad , \quad P_d = P_s \sin\varphi$$
$$\tan\varphi = \frac{P_d}{P_e} \quad \Rightarrow \quad P_d = P_e \tan\varphi$$

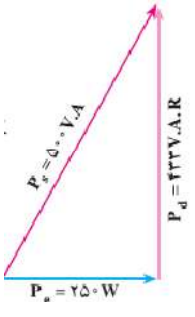
مثال- در یک مدار الکتریکی معادله ی ولتاژ $v = ۲۰۰\sin(\omega t + ۸۰^\circ)$ و معادله ی جریان: $i = ۵\sin(\omega t + ۲۰^\circ)$ است. توان های حقیقی ، غیر موثر و ظاهری مدار را بدست آورید و مثلث توان ها را رسم کنید.

راه حل:

$$V_m = ۲۰۰V \Rightarrow V_e = \frac{V_m}{\sqrt{۲}} = \frac{۲۰۰}{\sqrt{۲}} = ۱۰۰\sqrt{۲}V$$
$$I_m = ۵A \Rightarrow I_e = \frac{I_m}{\sqrt{۲}} = \frac{۵}{\sqrt{۲}} = ۲/۵\sqrt{۲}A$$
$$\varphi = \theta_v - \theta_i$$

اختلاف فاز بین جریان و ولتاژ از تفاوت فازهای اولیه به دست می آید.

$$\varphi = ۸۰ - ۲۰ = ۶۰^\circ$$
$$P_e = V_e I_e \cos\varphi = ۱۰۰\sqrt{۲} \times ۲/۵\sqrt{۲} \cos ۶۰^\circ = ۲۵۰W$$
$$P_d = V_e I_e \sin\varphi = ۱۰۰\sqrt{۲} \times ۲/۵\sqrt{۲} \sin ۶۰^\circ = ۴۳۳ \ V.A.R$$
$$P_s = \sqrt{P_e^۲ + P_d^۲}$$
$$P_s = \sqrt{۲۵۰^۲ + ۴۳۳^۲} = ۵۰۰V.A$$



شکل ۲۰

مثال ۶-۲- یک شبکه ی الکتریکی دارای مصرف کننده هایی با مشخصات زیر است:

MohandesYar.com

۱ــ مصرف‌کننده‌ی شماره‌ی ۱ $P_s = ۳۰۰ V.A \quad , \quad \varphi = ۳۰^\circ$

۲ــ مصرف‌کننده‌ی شماره‌ی ۲ $P_e = ۲۰۰ W \quad , \quad \varphi = -۶۰^\circ$

۳ــ مصرف‌کننده‌ی شماره‌ی ۳ $P_d = ۴۰۰ V.A.R \quad , \quad P_s = ۵۰۰ V.A$

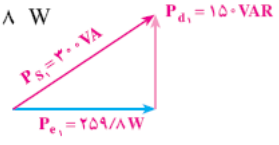
مثلث توان های مصرف کننده ها را به دنبال هم رسم کنید و توان موثر، راکتیو و ظاهری شبکه را به دست آورید.

راه حل: برای مصرف کننده شماره ۱ داریم:

$$P_{s_۱} = ۳۰۰ V.A \quad , \quad \varphi_۱ = ۳۰^\circ$$

$$P_{e_۱} = P_{s_۱} \cos\varphi_۱ = ۳۰۰ \cos ۳۰^\circ = ۱۵۰\sqrt{۳} = ۲۵۹/۸ \ W$$

$$P_{d_۱} = P_{s_۱} \sin\varphi_۱ = ۳۰۰ \sin ۳۰^\circ = ۱۵۰ \ V.A.R$$

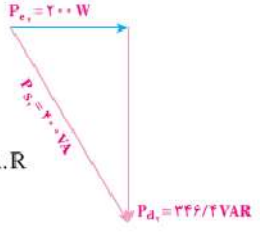


برای مصرف کننده شماره ۲ داریم:

$$P_{e_۲} = ۲۰۰ \ W \quad , \quad \varphi_۲ = -۶۰^\circ$$

$$P_{s_۲} = \frac{P_{e_۲}}{\cos\varphi_۲} = \frac{۲۰۰}{\cos(-۶۰)} = ۴۰۰ \ V.A$$

$$P_{d_۲} = P_e \tan\varphi_۲ = ۲۰۰ \tan(-۶۰) = -۲۰۰\sqrt{۳} = -۳۴۶/۴ \ V.A.R$$



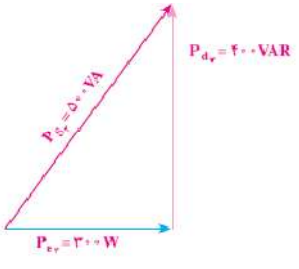
برای مصرف کننده شماره ۳ داریم:

$$P_{d_۳} = ۴۰۰ \ V.A.R \quad , \quad P_{s_۳} = ۵۰۰ \ V.A$$

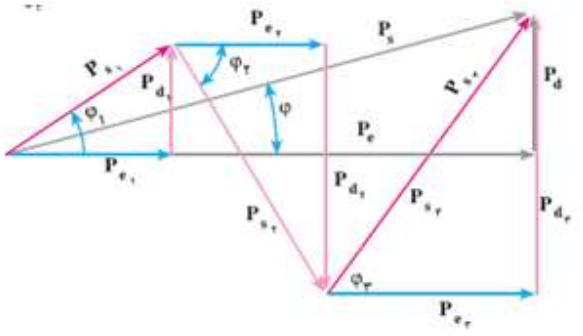
$$P_{s_۳}^۲ = P_{e_۳}^۲ + P_{d_۳}^۲$$

$$۵۰۰^۲ = P_{e_۳}^۲ + ۴۰۰^۲ \Rightarrow P_{e_۳}^۲ = ۹۰۰۰۰$$

$$P_{e_۳} = ۳۰۰ \ W$$



MohandesYar.com



$$P_e = P_{e_1} + P_{e_2} + P_{e_3} = ۲۵۹/۸ + ۲۰۰ + ۳۰۰ = ۷۵۹/۸ \ W$$

$$P_d = P_{d_1} + P_{d_2} + P_{d_3} = ۱۵۰ - ۳۴۶/۴ + ۴۰۰ = ۲۰۳/۶ \ V.A$$

$$P_s = \sqrt{P_e^2 + P_d^2} = \sqrt{۷۵۹/۸^2 + ۲۰۳/۶^2}$$

$$P_s = ۷۸۶/۶ \ V.A$$

محاسبه قدرت الکتریکی در مدارهای جریان متناوب سینوسی: (بیان دیگر مطالب مربوط به توان)

$$p(t) = v(t) \cdot i(t)$$

$$\begin{cases} v_t = v_m \cos \omega t \\ i_t = i_m \cos (\omega t - \phi) \end{cases}$$

$$p_t = v_m \cos \omega t \cdot i_m \cos (\omega t - \phi)$$

$$p_{(t)} = \frac{۱}{۲} v_m \cdot i_m \left[\cos (۲ \omega t - \phi) + \cos \phi\right]$$

$$\cos a \cdot \cos b = \frac{۱}{۲} \left[\cos (a + b) + \cos (a - b)\right]$$

$$p_{(t)} = \frac{۱}{۲} v_m \cdot i_m \cos \phi + \frac{۱}{۲} v_m \cdot i_m \left[\cos ۲ \omega t \cos \phi + \sin ۲ \omega t \sin \phi\right]$$

$$p_{(t)} = \frac{۱}{۲} v_m \cdot i_m \cos \phi + \frac{۱}{۲} v_m \cdot i_m \cos \phi \cos ۲ \omega t + \frac{۱}{۲} v_m \cdot i_m \sin \phi \sin ۲ \omega t \qquad (۱)$$

$$p_{av} = \frac{۱}{T} \int_0^T p_{(t)} dt$$

$$p_{av} = \frac{۱}{۲} v_m \cdot i_m \cos \phi$$

$$i_{rms} = \frac{i_m}{\sqrt{۲}} \qquad v_{Rms} = \frac{v_m}{\sqrt{۲}}$$

$$\Rightarrow i_m = \sqrt{۲} \, i_{rms}$$

$$\Rightarrow v_m = \sqrt{۲} \, v_{rms}$$

با جایگذاری مقدار بر حسب موثر در فرمول فوق توان خواهیم داشت:

MohandesYar.com

$$p_{av} = \frac{1}{2} \times \sqrt{2} \times v_{rms} \sqrt{2}\, i_{rms} \cos\phi$$

$$p = v_{rms} \cdot i_{rms} \cos\phi = V \cdot I \cos\phi$$

که V و I بر حسب مقادیر موثر هستند.

در رابطه ریاضی ۱ ضریب $\cos 2\omega t$ که برابر با توان متوسط می باشد که توان حقیقی تولید می شود که با حرف P نمایش می دهیم (اکتیو) و واحد آن بر حسب ω می باشد. و ظریف $\sin 2\omega t$ را که برابر $\frac{1}{2} v_m i_m \sin\phi$ است به توان غیر حقیقی نامیده می شود که با حرف Qنشان داده می شود و واحد آن ولت آمپر رادیواکتیو (VAR) وار بیان می کند.

و حاصلضرب ولتاژ و جریان به طور کلی به توان ظاهری تعریف می شود و رابطه آن به صورت زیر بیان می شود.

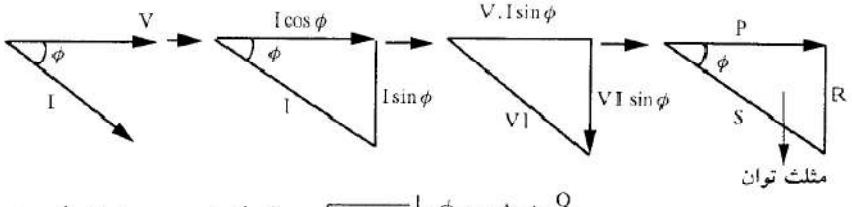
$$\text{برحسب مقدار ماکزیمم } S = \frac{1}{2} v_m \cdot i_m$$

$$\text{برحسب مقادیر موثر } S = v_e \cdot i_e$$

و واحد آن بر حسب ولت آمپر است.

بررسی توان در مدارهای القائی و خازنی:

در مدار سلفی چون بین ولتاژ و جریان اختلاف زاویه وجود دارد و جریان از ولتاژ عقب می باشد داریم:

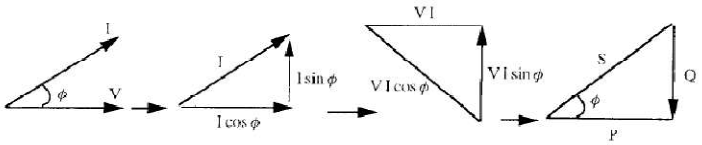


$$\text{پس توان ظاهری} = |s| \angle -\phi = \sqrt{P^2+Q^2} \angle -\phi = -\text{Arc}\tan\frac{Q}{P}$$

$$\text{فرم دکارتی آن توان} = |s|\,(\cos\phi - j\sin\phi) = VI\cos\phi - jVI\sin\phi = P - jQ$$

در مدارهای خازنی چون جریان از ولتاژ جلو می افتد داریم:

MohandesYar.com



$$\text{پس توان ظاهری} = |s|\angle\varphi = |s|(\cos\phi + j\sin\phi) = VI(\cos - j\cos\phi)$$

$$\text{توان ظاهری } S = VI\cos + j\,VI\sin\phi = p + jQ$$

خلاصه فرمول هایی که برای تعیین توان حقیقی (اکتیو) و غیرحقیقی(راکتیو) و توان ظاهری استفاده می شود عبارتند از:

$$\text{توان حقیقی} = P = \frac{1}{2}V_m I_m \cos\phi = V_e . I_e \cos\phi = R\, i_e^2 = \frac{v_e^2}{R}$$

$$\text{توان غیرحقیقی} = Q = \frac{1}{2}V_m I_m \sin\phi = V_e . I_e \sin\phi = X\, i_e^2 = \frac{v_e^2}{X}$$

$$\text{توان ظاهری} = S = \frac{1}{2}V_m I_m = V_e I_e = Z\, i_e^2 = \frac{v_e^2}{Z}$$

قدرت الکتریکی در مقاومت- سلف- خازن:

در مقاومت:

$$\begin{cases} p_{av} = v_e . i_e \cos\phi \\ \phi = 0 \\ p_{av} = v_e . i_e \\ Q = v_e . i_e \sin\phi = 0 \\ s = v_e . i_e \end{cases}$$

در سلف:

$$\begin{cases} p_{av} = v_e . i_e \cos\phi = 0 \\ \phi = \frac{\pi}{2} \\ Q = v_e . i_e \sin\left(\frac{\pi}{2}\right) = v_e . i_e \\ s = v_e . i_e \end{cases}$$

بنابراین سلف قدرت راکتیو جذب می کند.

MohandesYar.com

در خازن:

$$\begin{cases} P_{av} = V_e \cdot I_e \cos\phi = 0 \\ \phi = -\frac{\pi}{2} \\ Q = V_e \cdot I_e \sin\left(\frac{-\pi}{2}\right) = -V_e \cdot I_e \\ S = V_e \cdot I_e \end{cases}$$

بنابراین خازن قدرت راکتیو تولید می کند.

ضریب توان: (*Power Factor*)

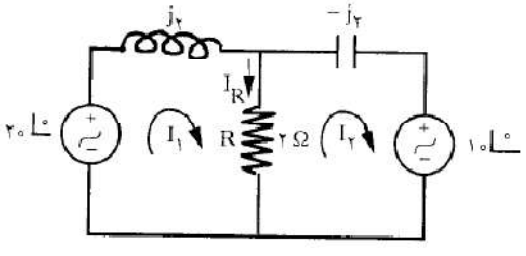
این ضریب به صورت زیر تعریف می شود:

$$P_f = \frac{\text{قدرت متوسط}}{\text{قدرت ظاهری}}$$

$$\text{در منابع سینوسی } P_f = \frac{V_e \cdot I_e \cos\phi}{V_e \cdot I_e} = \cos\phi$$

یعنی در جریان متناوب سینوسی قدرت برابر $\cos\phi$ خواهد بود که ϕ اختلاف زاویه بین ولتاژ و جریان مدار می باشد.

مثال۱: قدرت عناصر مدار زیر را محاسبه نموده و توان قدرت را بررسی نمائید.



MohandesYar.com

$$\text{حلقه اول} \quad -۲۰\angle ۰^\circ + j_۲ I_۱ + ۲(I_۱ - I_۲) = ۰$$

$$\text{حلقه دوم} \quad ۲(I_۲ - I_۱) - j_۱ I_۲ + ۱۰\angle ۰^\circ = ۰$$

$$I_۱ = ۱۱/۱۸\angle -۶۳/۴۵^\circ$$

$$I_۲ = ۷/۰۷\angle -۴۵^\circ$$

$$I_R = I_۱ - I_۲ = ۵\angle -۹۰^\circ$$

الف- بررسی قدرت حقیقی مدار:

$$P_{۲۰V} = \frac{۱}{۲} v_m i_m \cos\phi$$

$$P_{۲۰V} = \frac{۱}{۲} \times ۲۰ \times ۱۱/۱۸ \cos\left(۰ - (-۶۳/۴۵)\right) = ۵۰ \ [\omega]$$

$$P_{۱۰V} = -\frac{۱}{۲} v_m i_m \cos\phi$$

$$P_{۱۰V} = -\frac{۱}{۲} \times ۲۰ \times ۷/۰۷ \cos(۴۵^\circ) = -۲۵ \ [\omega]$$

$$P_R = R i_۲^۲ = ۲ \times \left(\frac{۵}{\sqrt{۲}}\right)^۲ = \frac{۲ \times ۲۵}{۲} = ۲۵ [\omega]$$

ب- محاسبه قدرت راکتیو مدار:

$$Q_{۲۰V} = \frac{۱}{۲} v_m i_m \sin\phi = \frac{۱}{۲} \times ۲۰ \times ۱۱/۱۸ \times \sin(۶۳/۴۵^\circ) = ۱۰۰ \ \text{VAR}$$

$$Q_{۱۰V} = -\frac{۱}{۲} v_m i_m \sin\phi = -\frac{۱}{۲} \times ۱۰ \times ۷/۰۷ \sin ۴۵ = -۲۵ \quad \text{VAR}$$

قدرت راکتیو تولیدی $= ۱۰۰ - ۲۵ = ۷۵$ VAR

$$Q_{۲\Omega} = ۰$$

$$Q_{j_۲} = \frac{۱}{۲} v_m i_m \sin\phi$$

$$V_{L_m} = ۲\angle ۹۰^\circ \times ۱۱/۱۸\angle -۶۳/۴۵^\circ = ۲۲/۳۶\angle ۲۵/۵^\circ$$

$$Q_{j_۲} = \frac{۱}{۲} \times ۲۲/۳۶ \times ۱۱/۱۸ \cos\left(۲۵/۵ + ۶۳/۴۵\right) = ۱۲۵ \quad \text{VAR}$$

$$Q_{-j_۲} = \frac{۱}{۲} v_c m \, Im \sin\phi$$

$$V_{cm} = ۲\angle -۹۰^\circ \times ۷/۰۷\angle -۴۵^\circ = ۱۴/۱۴\angle -۱۳۵^\circ$$

$$Q_{-j_۲} = \frac{۱}{۲} \times ۱۴/۱۴ \times ۷/۰۷ \sin(-۱۳۵ + ۴۵) = -۵۰ \quad \text{VAR}$$

قدرت راکتیو جذب شده $= ۷۵$ VAR

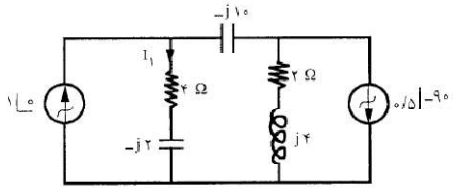
MohandesYar.com

کاربرد قضایا در تحلیل مدارهای جریان متناوب سینوسی

۱- قضیه جمع آثار:

در مدار AC همانند مدارهای DC برای مدارهایی که بیش از یک منبع دارند استفاده می شود. بدین صورت که اثر هر کدام از منابع را به تنهایی حساب کرده و در نهایت با هم جمع می کنیم. مهمترین کاربرد این قضیه در مدارهایی است که منابع دارای فرکانسهای گوناگون هستند ویا هم منابع جریان متناوب هم منابع جریان مستقیم در یک مدار وجود دارد.

مثال: در مدار شکل زیر با استفاده از قضیه جمع آثار جریان I_1 را بدست آورید.



۱- حذف منبع سمت راست(اتصال باز)

$$i_1' = \frac{(2+j4-j10)}{(2+j4-j10)+(4-j2)} \times 1\angle 0$$

$$i_1' = \frac{(2-j6)\times 1\angle 0}{6-j8} = \frac{6/32\angle -77/56}{10\angle -53/15} = 0/632\angle -18/43$$

۲- حذف منبع سمت چپ(چون منبع جریان است اتصال بسته)

$$i_1'' = \frac{(2+j4)}{(2+j4)-j10+4-j2} \times -0/5\angle -90 = \frac{4/47\angle 63/4}{10\angle -53/13} \times -0/5\angle -90$$

$$i_1'' = -0/223\angle 26/53$$

$$i_1 = i_1' + i_1''$$

$$i_1 = 0/632\angle -18/43 + (-0/223\angle 26/53)$$

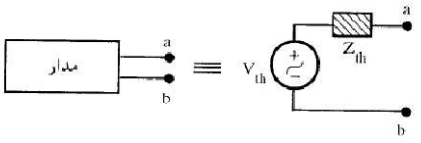
$$i_1 = 0/391 - j0/298$$

$$i_1 = 0/49\angle -37/3$$

MohandesYar.com

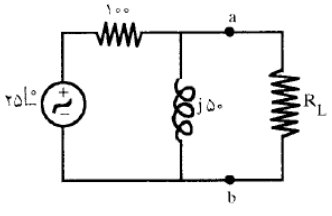
۲- قضیه تونن نورتن:

الف- قضیه تونن: در این قضیه نیز همانند بحث مدارهای DC از دیدگاه دو نقطه مورد نظر مدار معادل شامل یک منبع ولتاژ V_{th} و امپدانس Z_{th} را جانشین نماییم.



V_{th} عبارت است از ولتاژ مدار باز بین دو نقطه موردنظر (voc) و Z_{th} عبارت است از امپدانس معادل از دیدگاه دو نقطه موردنظر وقتی که منابع را صفر کنیم.

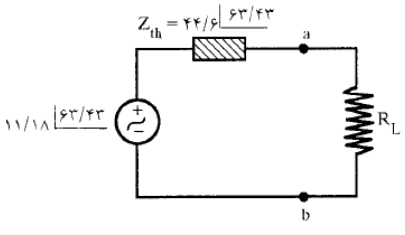
مثال: مدار معادل بین دو نقطه a و b را حساب کنید.



$$V_{th} = VOC = \frac{۲۵\angle ۰}{۱۰۰ + j۵۰} \times j۵۰$$

$$V_{th} = ۱۱/۱۸\angle ۶۳/۴۳$$

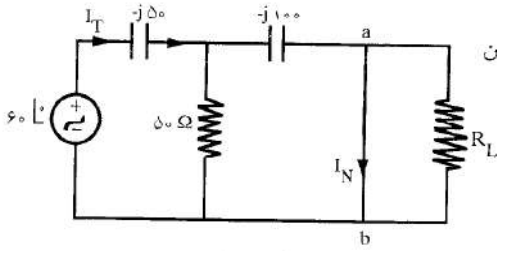
$$Z_{th} = \frac{۱۰۰ \times j۵۰}{۱۰۰ + j۵۰} = ۴۴/۶\angle ۶۳/۴۳ = ۲۰ + j۴۰$$



MohandesYar.com

ب- قضیه نورتن: این قضیه بیان می دارد که از دید دو نقطه موردنظر می توان مدار معادلی شامل یک منبع جریان و یک امپدانس موازی با آن را جانشین نمود. به طوریکه i_N عبارت است از جریان اتصال کوتاه بین دو نقطه مورد نظر (I_{sc}) و Z_n عبارت است از امپدانس معادل از دیدگاه دو نقطه وقتی که منابع را صفر می کنیم.

مثال: در مدار شکل روبه رو معادل نورتن بین دو نقطه a و b را حساب کنید.



$$\text{امپدانس کل } Z_T = \frac{۵۰ \times -j۱۰۰}{۵۰ - j۱۰۰} - j۵۰ =$$

$$Z_T = ۴۰ - j۷۰ = ۸۰/۶۲ \angle -۶۰/۲۶^\circ$$

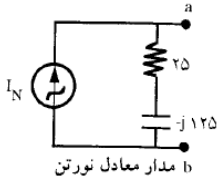
$$I_T = \frac{V}{Z_T} = \frac{۶۰\angle ۰^\circ}{۸۰/۶۰ \angle -۶۰/۲۶^\circ} = ۰/۷۴ \angle ۶۰/۲۶^\circ \text{ A}$$

$$i_N = \frac{۵۰}{۵۰ - j۱۰۰} \times ۰/۷۴ \angle ۶۰/۲۶^\circ$$

$$i_N = ۰/۳۴ \angle ۱۲۳/۶۹^\circ \text{ A}$$

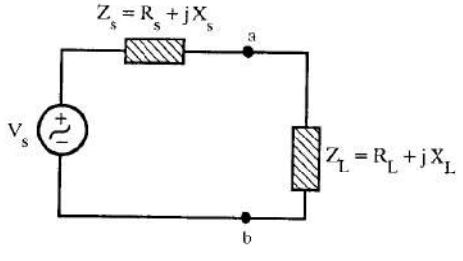
$$Z_N = \frac{۵۰ \times -j۵۰}{۵۰ - j۵۰} - j۱۰۰$$

$$Z_N = ۲۵ - j۱۲۵$$



مدار معادل نورتن

۳- قضیه انتقال ماکزیمم قدرت: برای این منظور مدار شکل زیر را درنظر می گیریم.



شکل ۲۱

MohandesYar.com

V_s می تواند ولتاژ منبع یا ولتاژ تونن بین دو نقطه باشد و Z_s نیز می تواند امپدانس داخلی منبع یا امپدانس معادل تونن مدار باشد که شامل R_s و X_s می باشد. Z_L نیز بار می باشد که شامل R_L و X_L می شود.

حال می خواهیم بدانیم تحت چه شرایطی ماکزیمم قدرت به بار منتقل می شود.

$$I_L = \frac{V_s}{R_s + jX_s + R_L + jX_L}$$

که مقدار جریان یا به عبارتی دامنه جریان بار برابر است با:

$$\text{دامنه جریان بار } I_L = \frac{V_s}{\sqrt{(R_s + R_L)^2 + (X_s + X_L)^2}}$$

$$\text{قدرت حقیقی } P = R_L V_L^2 = \frac{R_L \times I_s^2}{(R_s + R_L)^2 + (X_s + X_L)^2}$$

بنابراین با توجه به رابطه فوق بسته به اینکه R_L یا X_L متغیر باشند دو حالت زیر را بررسی می نمائیم.

حالت یک: X_L ثابت است و فقط R_L متغیر می باشد که در این حالت تابع توان را بر حسب R_L مشتق گرفته برابر صفر قرار می دهیم.

$$\frac{dP_L}{dR_L} = 0$$

$$\frac{dP_L}{dR_L} = \frac{V_s^2 \times \left[(R_s + R_L)^2 + (X_s + X_L)^2\right] - 2R_L(R_s + R_L).V_s^2}{\left[(R_s^2 + R_L)^2 + (X_s + X_L)^2\right]^2} =$$

$$(R_s + R_L)^2 - 2R(R_s + R_L) = 0$$

$$(R_s + R_L)[R_s + R_L - 2R_L] = 0$$

وقتی X_L ثابت باشد. برای انتقال ماکزیمم قدرت:

$$\boxed{R_s = R_L}$$

MohandesYar.com

حالت دوم: وقتی X_L متغیر باشد R_L ثابت در این صورت از تابع بر حسب X_L مشتق می گیریم و برابر صفر قرار می دهیم.

$$\frac{dP_L}{dX_L} = 0$$

$$\frac{dP_L}{dX_L} = \frac{-2(X_s + X_L)R_L V_s^2}{[(R_s + R_L)^2 + (X_s + X_L)^2]}$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{X_L = -X_s}$$

بنابراین وقتی ماکزیمم انتقال قدرت صورت می گیرد که:

$$\begin{cases} R_s = R_L \\ X_s = -X_L \end{cases}$$

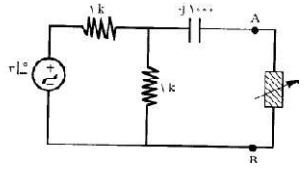
و یا به عبارتی $Z_s = R_s + jX_s$ برابر با $Z_L = R_L - jX_L$ باشد.

یا به طور خلاصه:

$$Z_s = Z_L^*$$

(امپدانس منبع یا مزدوج امپدانس باریکی باشد)

مثال: در مدار زیر R_L و X_L وقتی که ماکزیمم قدرت به بار منتقل می شود به دست آورید.



$$Z_{th} = \frac{1k \times 1k}{1k + 1k} - j1000$$

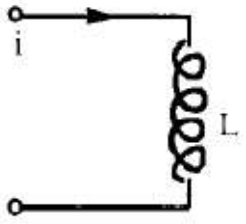
$$Z_{th} = 500 - j1000$$

$$Z_L = Z_{th}^* \Rightarrow Z_L = 500 + j1000$$

$$\begin{cases} R_L = 500 \\ X_L = 1000 \end{cases} \quad \text{داریم}$$

MohandesYar.com

ضریب خود القاء: اگر از سیم پیچ جریان متغیر عبور نماید باعث فوران مغناطیسی می‌شود که این فوران، سیم پیچ را قطع نموده و طبق قانون فارادی در آن ولتاژ القاء می‌نماید که رابطه آن بصورت :



$$V_L = \frac{Nd\phi}{dt}$$

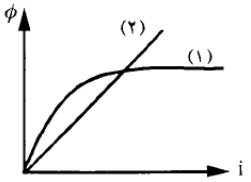
حال اگر رابطه فوق را برحسب تغییرات جریان که عامل بوجود آورده فوران است بیان کنیم خواهیم داشت:

$$V_L = \frac{Nd\phi}{di}.\frac{di}{dt} = L\frac{di}{dt}$$

که ضریب این رابطه به ضریب خود القاء تعریف می‌شود و به *"L"* نشان می‌دهیم.

هسته خود مغناطیسی $\quad L = \dfrac{Nd\phi}{di} \quad (1)$

هسته هوائی $\quad L = \dfrac{N\phi}{i} \quad (2)$



که در صفحه *(ϕi)* بصورت فوق رسم می‌شود.

بنابراین رابطه ولتاژ القائی:

هسته خود مغناطیسی $\quad V_L = L\dfrac{di}{dt}$

برای موج سینوسی در حوزه فرکانس $\quad$ حوزه فرکانس $\quad V_L = jL\omega I$

و مقاومت القائی بصورت:

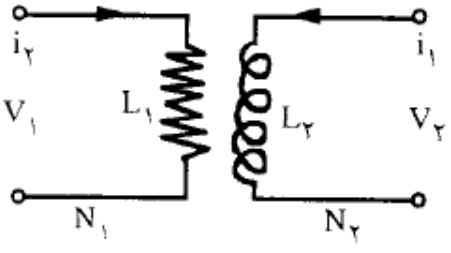
MohandesYar.com

$$\begin{cases} X_L = jL\omega I \\ \omega = 2\pi f \\ X_L = L\omega \angle 90^\circ \end{cases}$$

واحد L برحسب $\frac{\text{ولت.ثانیه}}{\text{جریان}}$ = هانری که با H تعریف می‌شود واحدهای دیگر آن برحسب میلی هانری و میکروهانری بیان می‌شو

ضریب القای متقابل

اگر دو سیم پیچ مطابق شکل داشته باشیم: تغییرات جریان در سیم پیچ اول باعث تغییرات فوران مغناطیس شده در آن القاء می‌نماید.



ولتاژ القائی $\begin{cases} V_{L1} = L_1 \frac{di_1}{dt} \\ V_{L2} = jL_1\omega I_1 \end{cases}$

$$L_1 = N_1 \frac{d\phi_1}{di_1}$$

همانطوریکه این فوران سیم پیچ اول را قطع می‌کند، مقداری از آن سیم پیچ دوم را نیز قطع کرده و در آن ولتاژ القاء می‌نماید که این ولتاژ القاء شده در سیم پیچ دوم بنام ولتاژ القای متقابل معروف است.

تعداد دور سیم پیچ دوم — فوران سیم پیچ اول که سیم پیچ دوم را قطع می کند

$$V_{m2} = N_2 \frac{d\phi_{12}}{dt}$$

ولتاژ القائی متقابل

اگر رابطه فوق را بصورت تغییرات جریان بیان کنیم خواهیم داشت:

MohandesYar.com

$$V_{m2} = N_2 \frac{d\phi_{12}}{di_1} \cdot \frac{di_2}{dt}$$

واحد ضریب القای متقابل برحسب هانری است.

ضریب رابطه فوق یعنی $N_2 \frac{d\phi_{12}}{di_1}$ که به « M_{21} » نشان می‌دهیم ضریب القای متقابل نامیده می‌شود.

هسته خود مغناطیسی $\quad M_{21} = N_2 \frac{d\phi_{12}}{di_1}$

هسته هوائی $\quad M_{21} = N_2 \frac{\phi_{12}}{i_1}$

بنابراین رابطه فوق بصورت زیر بیان می‌شود:

حوزه زمان $\quad V_{m2} = M_{21} \frac{di_1}{dt}$

حوزه فرکانس $\quad V_{m2} = j M_{21} \omega I_1$

اندوکتانس متقابل $\quad X_m = j M_{21} \omega$ یا $X_m = M_{21} \omega \angle 90^\circ$

در صورتی که از سیم پیچ ثانویه نیز جریان i_2 عبور نماید با توجه به بحث قبلی اولاً یک ولتاژ خود القاء در سیم پیچ دوم و ثانیاً یک ولتاژ القای متقابل در سیم پیچ اول بوجود می‌آید.

ولتاژ خود القائی در سیم پیچ دوم $\quad V_{L2} = N_2 \frac{d\phi_2}{dt}$ یا $V_{L2} = N_2 \frac{d\phi_2}{di_2} \cdot \frac{di_2}{dt}$

MohandesYar.com

هسته خود مغناطیسی

$$\begin{cases} L_2 = N_2 \dfrac{d\phi_2}{di_2} \\ L_2 = N_2 \dfrac{\phi_2}{i_2} \end{cases}$$

هسته هوائی

حوزه زمان

$$\begin{cases} V_{L2} = L_2 \dfrac{di_2}{dt} \\ V_{L2} = jL_2 \omega I_2 \end{cases}$$

حوزه فرکانس

و رابطه ولتاژ القای متقابل ناشی از جریان i_2 عبارتست از:

فوران جریان سلف دوم که سلف اول را قطع می کند.

$$\begin{cases} V_{m_1} = N_1 \dfrac{d\phi_{21}}{dt} \\ V_{m_1} = N_1 \dfrac{d\phi_{21}}{di_2} \cdot \dfrac{di_2}{dt} \end{cases}$$

هسته خود مغناطیسی

هسته هوائی

$$\begin{cases} M_{12} = N_1 \dfrac{d\phi_{21}}{di_2} \\ M_{12} = N_1 \dfrac{\phi_{21}}{i_2} \end{cases}$$

حوزه زمان

$$\begin{cases} V_{m_1} = M_{12} \dfrac{di_2}{dt} \\ V_{m_1} = j M_{12} \omega I_2 \end{cases}$$

$$X_{m_1} = j M_{12} \omega$$

حوزه فرکانس

$$\boxed{M_{12} = M_{21} = M}$$

MohandesYar.com

V_1 = ولتاژ القای متقابل ± ولتا خود القاء

$$\underbrace{\quad}_{1} \qquad \underbrace{\quad}_{2}$$

حوزه زمان

$$\begin{cases} V_1 = L_1 \dfrac{di_1}{dt} \pm M \dfrac{di_2}{dt} \\ V_2 = L_2 \dfrac{di_2}{dt} \pm M \dfrac{di_1}{dt} \end{cases}$$

۱- ولتاژ خود القاء در اثر جریان i_1

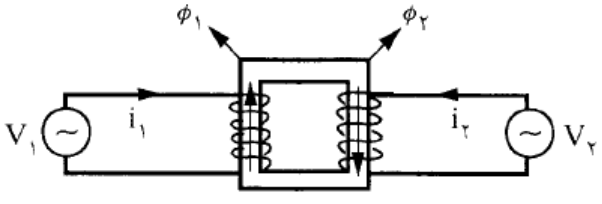
۲- ولتاژ القای متقابل در اثر جریان i_2

ضریب القای متقابل *(M)* بصورت یک فلش دو سر ↔ نشان می‌دهیم.

برای تعیین علامت ولتاژ القاء متقابل یا به عبارتی علامت M با توجه به شکل مدار مغناطیسی جهت پیچش سیم پیچ‌ها و جهت جریان مشخص می‌شود. در صورتی که هر دو فوران (فوران اولیه و ثانویه) در داخل هسته در یک جهت باشند علامت M مثبت است و در صورتیکه دو فوران ذکر شده در خلاف جهت هم باشند علامت M منفی خواهد بود.

بررسی علامت ضریب القاء متقابل:

الف:



جهت فوران به کمک قانون دست راست مشخص می‌شود.

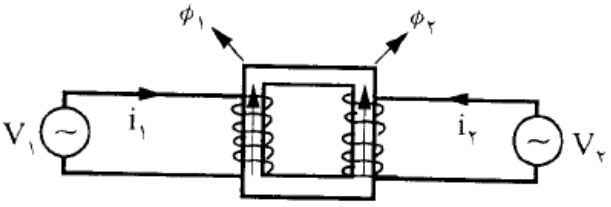
بدین صورت که اگر انگشتان در جهت جریان و پیچش سیم پیچ قرار گیرد انگشت شست جهت فوران را مشخص می‌کند که در این حالت که دو فوران در یک جهت می‌باشند معادلات در حوزه فرکانس بصورت ذیل خواهد بود.

در حوزه فرکانس

$$\begin{cases} V_1 = j\,\omega L_1 I_1 + j\,\omega M I_2 \\ V_2 = j\,\omega L_2 I_2 + j\,\omega M I_1 \end{cases}$$

MohandesYar.com

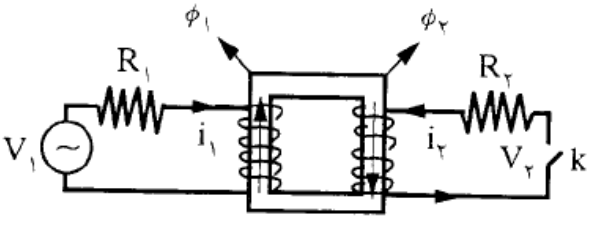
ب:



که دراین حالت دو فوران ایجاد شده در خلاف یکدیگر بوده و همدیگر را تضعیف می‌کنند که معادلات ولتاژ در اولیه و ثانویه بصورت زیر می‌باشد:

$$\begin{cases} V_1 = j\,\omega L_1 I_1 - j\omega M I_2 \\ V_2 = j\,\omega L_2 I_2 - j\omega M I_1 \end{cases}$$

جریان طبیعی : *(Natural Current)*

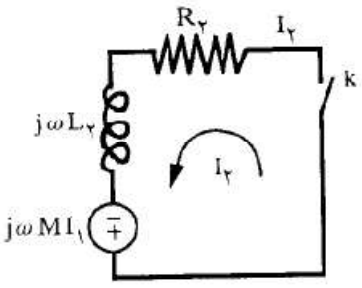


که در این مدار، در مدار ثانویه منبع ولتاژ مستقلی وجود ندارد که در این حالت جریان i_1 فوران ϕ_1 را با توجه به قانون دست راست به سمت بالا بوجود می‌آورد. حال برای تعیین جهت جریان ثانویه وقتی که کلید k بسته می‌شود به چه صورت می‌باشد از قانون لنز استفاده می‌شود که این قانون بیان می‌کند جهت جریان i_2 بایستی طوری باشد که فوران ایجاد شده توسط آن با فوران اصلی مخالفت کند. بنابراین فوران این دو بایستی به سمت بالا باشد. حال با توجه به جهت فوران ϕ_2 جهت جریان i_2 را مشخص می‌کنیم. به این جریان که توسط ولتاژ القاء متقابل ایجاد می‌شود به جریان طبیعی مدار معروف است و معادلات اولیه و ثانویه بصورت زیر نوشته می‌شود.

$$\begin{cases} V_1 = R_1 I_1 + j\omega L_1 I_1 - j\omega M I_2 \\ V_2 = R_2 I_2 + j\omega L_2 I_2 - j\omega M I_1 = \circ \end{cases}$$

MohandesYar.com

برای معادله حلقه دوم می‌توان مدار معادل زیر را تعریف نمود.



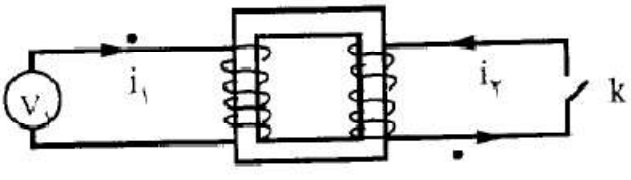
با توجه به مدار معادل مشخص می‌شود که جریان طبیعی از سری که خارج می‌شود علامت آن مثبت است.

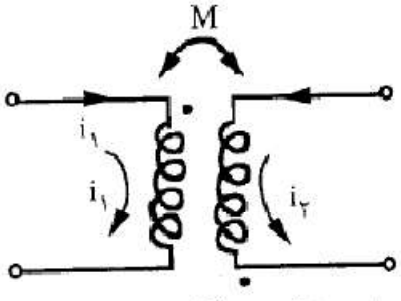
از آنجایی که حلقه دوم دارای منبع ولتاژ نیست جریان طبیعی I_2 ناشی از ولتاژ القای متقابل $j\omega M I_1$ می‌باشد که می‌توان بعنوان یک منبع ولتاژ در نظر گرفت.

قانون نقطه‌گذاری جهت تعیین علامت ولتاژ القاء متقابل

با این که قطبهای ولتاژ القاء متقابل را میرتوان با استفاده از شکل مدار مغناطیسی و جهت پیچش سیمها تعیین نمود ولی عملاً برای راحتی کار از قانون نقطه گذاری (که قبلاً با توجه به شکل مدار مغناطیسی تعیین می‌شود) جهت تعیین ولتاژ القاء متقابل استفاده می‌کنیم.

مثلاً در مدار بررسی شده قبل



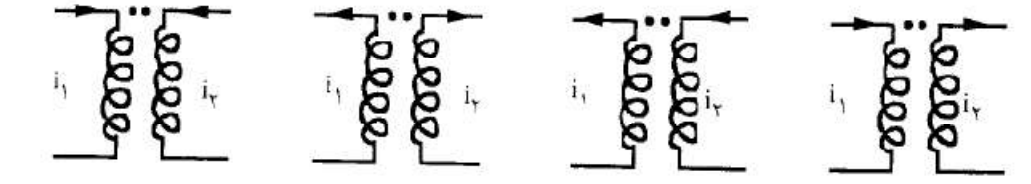


مدار معادل نقطه‌گذاری شده

برای تعیین مدار معادل نقطه‌ای ابتدا سیری که جریان i_1 وارد می‌شوند فرض می‌کنیم نسبت به سر دیگر سیم پیچ مثبت باشد و یک نقطه می‌گذاریم با توجه به استدلال جریان طبیعی چون سری که جریان طبیعی خارج می‌شود مثبت است نیز یک نقطه می‌گذاریم. بدین صورت مدار معادل نقطه‌ای مدار مغناطیسی بدست می‌آید. بنابراین با توجه به مدار معادل نقطه‌ای با استفاده از قاعدهٔ زیر علامت ولتاژ القاء متقابل را تعیین می‌کنیم.

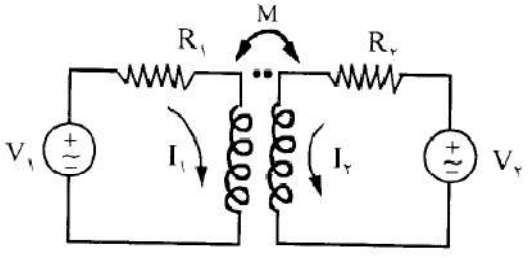
اگر جریانها هر دو از قطبهای نقطه‌دار سیم پیچ وارد و یا خارج شوند علامت M با علامت L یکسان است. اگر یکی از جریانها از سر نقطه‌دار سیم پیچ وارد (خارج) و جریان دیگر از سر نقطه‌دار سیم پیچ خارج (وارد) شوند علامت M با علامت L مخالف است.

(اشکال زیر)



علامت M با L متفاوت است — علامت M با L متفاوت است — علامت M با L یکسان است — علامت M با L یکسان است

مثال ۱: در مدار معادل نقطه‌ای زیر معادلات حلقه ۱ و ۲ را بنویسید.



(جهت حلقه با جهت جریان در نظر گرفته شده)

$$V_1 = R_1 I_1 + j\omega L_1 I_1 + j\omega M I_2$$

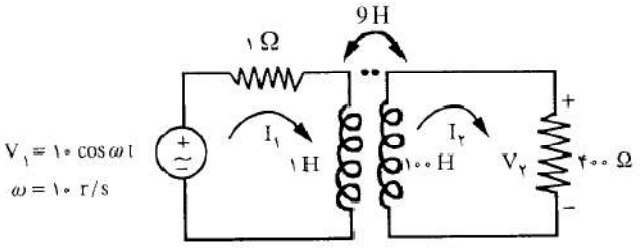
$$V_2 = R_2 I_2 + j\omega L_2 I_2 + j\omega M I_1$$

مثال ۲: مطلوبست محاسبه ولتاژ V_2 در مدار ذیل:

MohandesYar.com

در حوزه زمان

$$\begin{cases} -V_1 + R i_1 + L_1 \dfrac{di_1}{dt} - M \dfrac{di_2}{dt} = 0 : \text{حلقه اول} \\ V_2 + L_2 \dfrac{di_2}{dt} - M \dfrac{di_1}{dt} = 0 : \text{حلقه دوم} \end{cases} \Leftrightarrow \text{در حوزه فرکانس} \quad \begin{cases} -V_1 + R I_1 + jL_1\omega I_1 - j\omega M I_2 = 0 \\ V_2 + jL_2\omega I_2 - j\omega M I_1 = 0 \end{cases}$$



حلقه اول : $۱۰\angle ۰ = ۱ \times I_1 + j۱۰ I_1 - j۹ \times ۱۰ \times I_2$

$$(۱ + j۱۰) I_1 - j۹۰ I_2 = ۱۰ \qquad (۱)$$

حلقه دوم : $۴۰۰ I_2 + j۱۰ \times ۱۰۰ \times I_2 - j۹ \times ۱۰ I_1 = ۰$

$$-j۹۰ I_1 + (۴۰۰ + j۱۰۰۰) I_2 = ۰ \qquad (۲)$$

$$\begin{bmatrix} ۱ + j۱۰ & -j۹۰ \\ -j۹۰ & ۴۰۰ + j۱۰۰۰ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ۱۰ \\ ۰ \end{bmatrix}$$

ماتریس امپدانس — ماتریس جریان — ماتریس ولتاژ

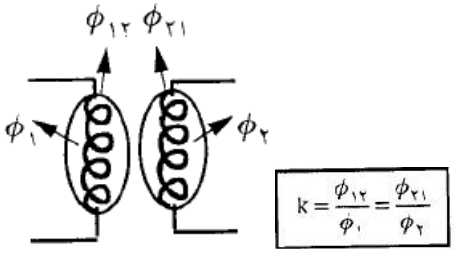
شکل ماتریسی قانون اهم: $V = I \cdot Z$

$$I_2 = \frac{\begin{vmatrix} ۱+j۱۰ & ۱۰ \\ -j\ ۹۰ & ۰ \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} ۱+j۱۰ & -j۹۰ \\ -j\ ۹۰ & ۴۰۰+j۱۰۰۰ \end{vmatrix}} = ۰/۱۷۲۵ \angle -۱۶/۷^\circ$$

$$V_2 = ۴۰۰ I_2 \Rightarrow V_2 = ۴۰۰ \times ۰/۱۷۲۵ \angle -۱۶/۷ = ۶۹ \angle -۱۶$$

$$V_2 = ۶۹ \cos (\omega t - ۱۶/۷)$$

ضریب کوپلاژ (پیوست):



MohandesYar.com

ϕ_1 : فوران اصلی سیم پیچ اول

ϕ_{12} : فوران سیم پیچ اول که سیم پیچ دوم را قطع می کند.

ϕ_2 : فوران اصلی سیم پیچ دوم

ϕ_{21} : فوران سیم پیچ دوم که سیم پیچ اول را قطع می کند.

در رابطه فوق $0 < k < 1$ تغییر می کند.

وقتی $k = 0$ است که فوران اصلی سیم پیچ مقابل را قطع نکند: $\phi_{21} = 0$ یا ϕ_{12}

وقتی $k = 1$ است که همه فوران اصلی سیم پیچ مقابل را قطع کند. $\phi_{12} = \phi_1$ یا $\phi_{21} = \phi_2$

رابطه بین ضریب کوپلاژ با ضریب خودالقایی و القای متقابل *(M, L, K)*:

$$M = N_2 \frac{d\phi_{12}}{di_1} = N_2 \frac{\overbrace{dk\phi_1}^{\phi_{12}}}{di_1} = \frac{N_2 k d\phi_1}{dt_1}$$

ضریب القای متقابل سیم پیچ اول و دوم

$$M = N_1 \frac{d\phi_{21}}{di_2} = N_1 \frac{\overbrace{dk\phi_2}^{\phi_{21}}}{di_2} = \frac{N_1 k d\phi_2}{dt_1}$$

ضریب القای متقابل سیم پیچ دوم در اول

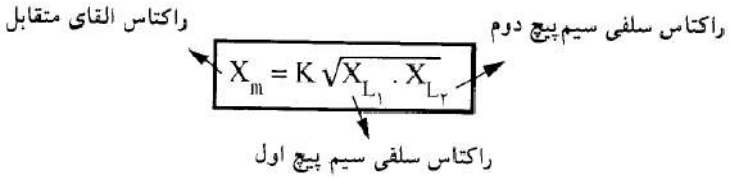
با ضرب دو رابطه فوق خواهیم داشت:

$$M^2 = K^2 \frac{N_1 d\phi_1}{di_1} \cdot \frac{N_2 d\phi_2}{di_2}$$

$$M^2 = K^2 L_1 L_2 \quad \Rightarrow \quad \boxed{M = K\sqrt{L_1 L_2}}$$

طرفین را $j\omega$ ضریب کنیم و یا : $j\omega M = k\sqrt{j\omega L_1 . j\omega L_2}$

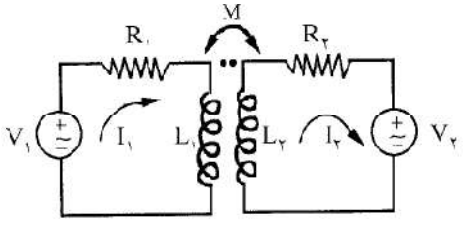
MohandesYar.com



تعیین مدار معادل رسانشی (هدایتی)

که در این نوع مدار دیگر تزویج مغناطیسی حذف شده و عناصر با هم ارتباط الکتریکی دارند که بصورت مدار معادل T یا π در نظر گرفته می‌شود.

مثال ۱: مدار معادل رسانشی شکل زیر را رسم کنید.



حلقه اول : $V_1 = R_1 I_1 + j\omega L_1 I_1 - j\omega M I_2$

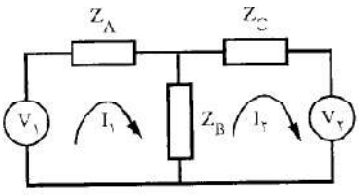
حلقه دوم : $V_2 = R_2 I_2 + j\omega L_2 I_2 - j\omega M I_1$

$$\begin{cases} (R_1 + j\omega L_1) I_1 - j\omega M I_2 = V_1 \\ -j\omega M I_1 + (R_2 + j\omega L_2) I_2 = V_2 \end{cases}$$

$$\begin{bmatrix} \overbrace{R_1 + j\omega L_1}^{Z_{11}} & \overbrace{-j\omega M}^{Z_{12}} \\ \underbrace{-j\omega M}_{Z_{21}} & \underbrace{R_2 + j\omega L_2}_{Z_{22}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix}$$

فرض می‌کنیم مدار معادل T بصورت زیر باشد ابتدا جهت جریان حلقه‌ها را مانند مدار اصلی در نظر می‌گیریم. (شکل زیر)

MohandesYar.com



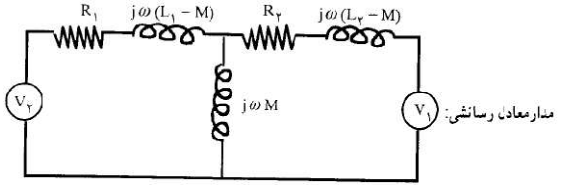
حلقه اول : $V_1 = Z_A I_1 + Z_B (I_1 - I_2)$

حلقه دوم : $V_2 = Z_B (I_2 - I_1) + Z_C I_2$

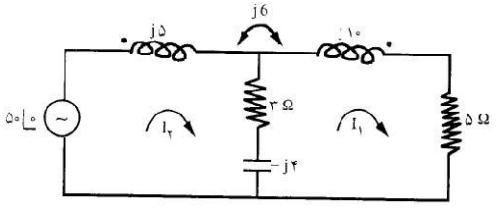
$$\begin{cases} (Z_A + Z_B) I_1 - Z_B I_2 = V_1 \\ -Z_B I_1 + (Z_B + Z_C) I_2 = V_2 \end{cases} \Rightarrow \begin{bmatrix} Z_A + Z_B & -Z_B \\ -Z_B & Z_B + Z_C \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix}$$

برای اینکه دو مدار فوق با هم برابر باشند لازم است که ماتریسهای امپدانس آنها با هم برابر باشد:

$$\begin{cases} Z_A + Z_B = Z_{11} = R_1 + j\omega L_1 \\ -Z_B = Z_{12} = -j\omega M \\ Z_B + Z_C = Z_{22} = R_2 + j\omega L_2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} Z_B = j\omega M \\ Z_A = R_1 + j\omega (L_1 - M) \\ Z_C = R_2 j\omega (L_2 - M) \end{cases}$$



مثال ۲: برای مدال معادل نقطه‌ای زیر یک مدار معادل رسانشی تهیه کنید.

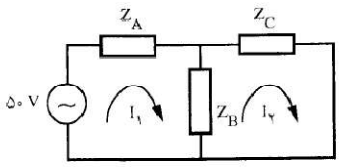


حلقه اول : $۵۰\angle ۰ = j۵ I_1 - j۶ I_2 + ۳(I_1 - I_2) - j۴(I_1 - I_2)$

حلقه دوم : $-j۴(I_2 - I_1) + ۳(I_2 - I_1) + j۱۰ I_2 - j۶ I_1 + ۵ I_2 = ۰$

$$\begin{cases} (۳ + j) I_1 + (-۳ - j۲) I_2 = ۵۰ \\ (-۳ - ۲j) I_1 + (۸ + j۶) I_2 = ۰ \end{cases}$$

MohandesYar.com



$$\begin{bmatrix} ۳+j & -۳-j۲ \\ -۳-۲j & ۸+j۶ \end{bmatrix}$$

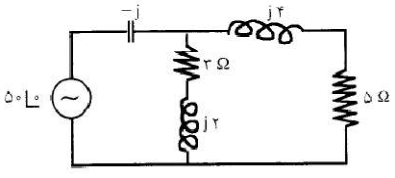
ماتریس امپدانس مدار

$$\begin{cases} Z_A I_1 + Z_B(I_1 - I_2) = V_1 \\ Z_B(I_2 - I_1) + Z_C I_2 = ۰ \end{cases} \qquad \begin{bmatrix} Z_A + Z_B & -Z_B \\ -Z_B & Z_B + Z_C \end{bmatrix}$$

ماتریس امپدانس مدار

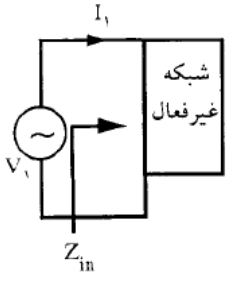
$$\begin{cases} Z_A + Z_B = ۳+j \\ -Z_B = -۳-j۲ \\ Z_B + Z_C = ۸+j۶ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} Z_B = ۳+j۲ \\ Z_A = -j \\ Z_C = ۵+j۴ \end{cases}$$

مدار معادل رسانشی (T):



تعیین امپدانس ورودی

برای تعیین امپدانس از دیدگاه دو نقطه مورد نظر ابتدا شبکه را غیرفعال می‌کنیم. یعنی منابع را حذف می‌کنیم (منبع ولتاژ اتصال کوتاه و منبع جریان اتصال باز) بنابراین به کمک معادلات فوق می‌توانیم امپدانس ورودی را بدست آوریم. به فرض اگر امپدانس ورودی از دیدگاه منبع (مطابق شکل) مورد نظر باشد بایستی منابع دیگر V_2 و V_3 را صفر کنیم که در این صورت خواهیم داشت:



$$I_1 = V_1 \frac{\Delta_{11}}{\Delta Z} \Rightarrow \frac{V_1}{I_1} = \frac{\Delta Z}{\Delta_{11}} \Rightarrow \boxed{Z_{in} = \frac{\Delta Z}{\Delta_{11}}}$$

از دیدگاه منبع ۱

$$\boxed{Z_{in} = \frac{\Delta Z}{\Delta_{22}}}$$

از دیدگاه منبع ۲

$$\boxed{Z_{in} = \frac{\Delta Z}{\Delta_{33}}}$$

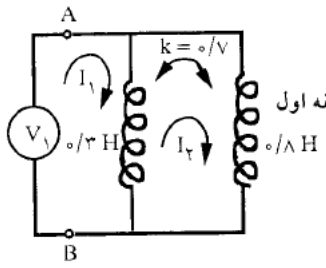
از دیدگاه منبع ۳

$$\boxed{Z_{in} = \frac{\Delta Z}{\Delta_{nn}}}$$

از دیدگاه منبع n

مثال ۱: امپدانس ظاهری معادل دو سر A و B را که به منبع $V۱$ وصل شده است بدست آورید.

MohandesYar.com



$$M = k\sqrt{L_1 L_2} \Rightarrow M = ۰/۷\sqrt{۰/۳ \times ۰/۸} = ۰/۳۴۳\,H$$

حلقه اول $V_1 = j\omega\,۰/۳\,(I_1 - I_2) + j\omega\,۰/۳۴۳\,I_2$

$$V_1 = j\omega\,۰/۳\,I_1 + j\omega\,۰/۰۴۳\,I_2$$

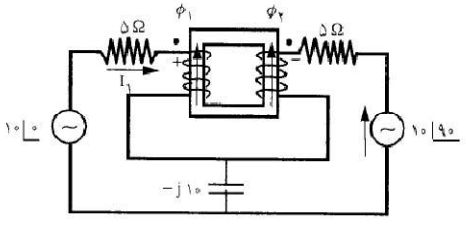
حلقه دوم: $j\omega\,۰/۸\,I_2 - j\omega\,۰/۳۴۳\,(I_2 - I_1) + j\omega\,۰/۳\,(I_2 - I_1) - j\omega\,۰/۳۴۳\,I_2 = ۰$

$$j\omega\,۰/۰۴۳\,I_1 + j\omega\,۰/۴۱۴\,I_2 = ۰$$

$$\begin{cases} j\omega\,۰/۳\,I_1 + j\omega\,۰/۰۴۳\,I_2 = V_1 \\ j\omega\,۰/۰۴۳\,I_1 + j\omega\,۰/۴۱۴\,I_2 = ۰ \end{cases} \qquad \begin{bmatrix} j\omega\,۰/۳ & j\omega\,۰/۰۴۳ \\ j\omega\,۰/۰۴۳ & j\omega\,۰/۴۱۴ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_1 \\ ۰ \end{bmatrix}$$

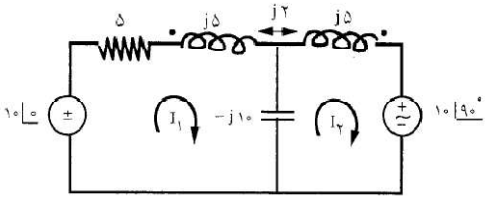
$$Z_{in} = \frac{\Delta Z}{\Delta_{11}} = \frac{\begin{vmatrix} j\omega\,۰/۳ & j\omega\,۰/۰۴۳ \\ j\omega\,۰/۰۴۳ & j\omega\,۰/۴۱۴ \end{vmatrix}}{j\omega\,۰/۴۱۴} = \frac{j\omega\,۰/۳ \times j\omega\,۰/۴۱۴ - (j\omega\,۰/۰۴۳)^2}{j\omega\,۰/۴۱۴} = j\omega\,۰/۲۹۶$$

مثال ۲: مدار معادل نقطه‌ای شکل زیر را بدست آورید و سپس با استفاده از این مدار معادل و ولتاژ در سر خازن را تعیین کنید.



جریانی از بالای سیم پیچ سمت چپ وارد می‌شود و یک نقطه روی آن می‌گذاریم جهت فوران با قاعده دست راست به سمت بالا می‌باشد جهت جریان طبیعی در مدار ثانویه باید طوری باشد که فوران ایجاد شده با فوران اصلی مخالفت نماید (قانون لنز) یعنی بایستی جهت شار در دومی نیز به سمت بالا باشد یعنی جریان باید از قسمت بالای سیم پیچ دوم خارج شود که در آن نیز یک نقطه می‌گذاریم. بنابراین مدار معادل نقطه‌ای بصورت زیر می‌آید:

MohandesYar.com



$$۱۰ = ۵(I_۱ + I_۲) + j۵(I_۱ + I_۲) - j۲I_۲ - j۱۰I_۱$$

$$\boxed{(۵ - j۵)I_۱ + (۵ + j۳)I_۲ = ۱۰}$$

$$۱۰ - j۱۰ = ۵(I_۱ + I_۲) + j۵(I_۱ + I_۲) - j۲I_۲ + j۵I_۲ - j۲(I_۱ + I_۲) + ۵I_۲$$

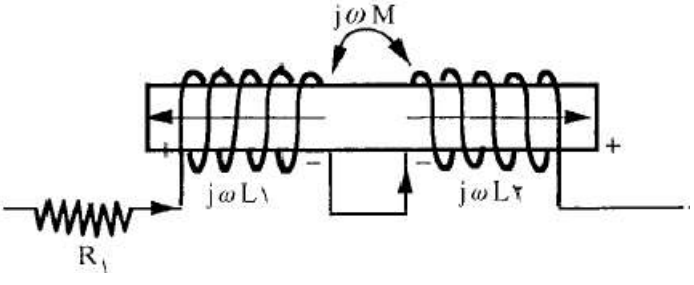
$$۱۰ - j۱۰ = (۵ + j۳)I_۱ + (۱۰ + j۶)I_۲$$

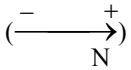
$$\begin{bmatrix} ۵ - j۵ & ۵ + j۳ \\ ۵ + j۳ & ۱۰ + j۶ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_۱ \\ I_۲ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ۱۰ \\ ۱۰ - j۱۰ \end{bmatrix}$$

$$I_۱ = \frac{\begin{vmatrix} ۱۰ & ۵ + j۳ \\ ۱۰ - j۱۰ & ۱۰ + j۶ \end{vmatrix}}{\Delta Z} = ۱/۰۵\underline{|۱۱۳/۹۶^\circ}$$

ولتاژ دو سر خازن $V = I_۱(-j۱۰) = ۱۰/۱۵\underline{|۲۳/۹۶^\circ}$

مثال ۳: مدار معادل نقطه‌ای و رسانشی شکل زیر مشخص کنید.

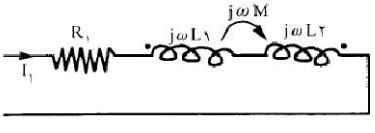




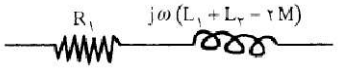
۱- با توجه به جهت قراردادی خودش و جهت میدان

۲- با توجه به قانون لنز

(فوران ایجاد شده در سیم پیچ دوم عکس میدان سیم پیچ اول) و سری که جریان طبیعی مدار خارج می‌شود نقطه می‌گذاریم.



$$U = R_۱I + j\omega(L_۱ + L_۲ - ۲M)$$



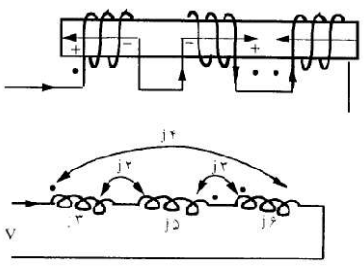
مدار معادل رسانشی:

مثال ۴: مدار معادل نقطه‌ای و امپدانس القائی مدار شکل زیر را بدست آورید.

مهندس یار
MohandesYar.com

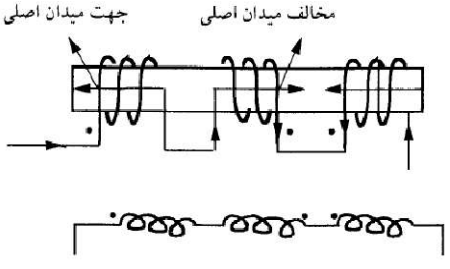
۱- با توجه جهت جریان انتخابی و قانون دست راست

(حرکت انگشتان و جهت انگشت شست N) سر مثبت

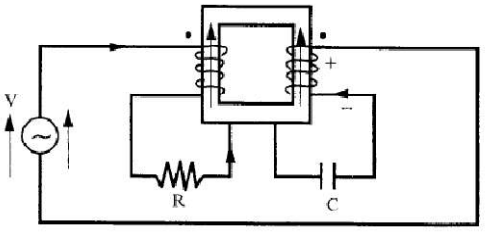


$$z = j3 + j5 + j6 - j2 - j2 - j3 - j3 + j4 + j4 = +j12$$

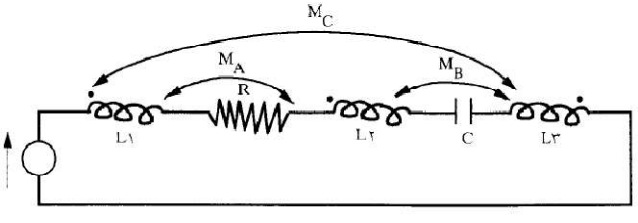
۲- با استفاده از قانون لنز



مثال ۵: مدار معادل نقطه‌ای مدار مغناطیسی شکل زیر را بدست آورید:

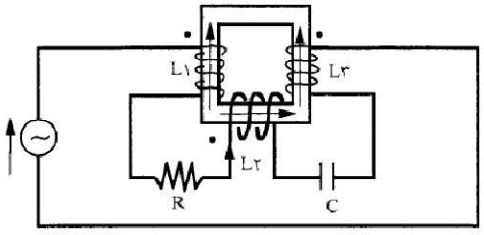


حل: با توجه جهت جریان انتخابی مسئله را حل می کنیم.

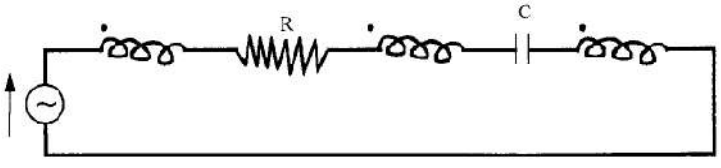


MohandesYar.com

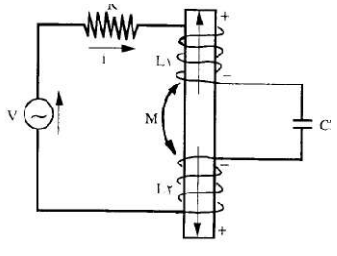
در مثال فوق اگر با کمک قانون لنز انجام شود خواهیم داشت:



در این حالت جهت میدان در سیم پیچ اول به سمت بالا و با در جریان ورودی یک نقطه می‌گذاریم طبق قانون لنز بایستی جریان طبیعی در سیم پیچ دوم طوری باشد که میدان آن در جهت عکس میدان اصلی باشد بنابراین با توجه جهت این میدان با انگشت شست جریان طبیعی از سری که خارج می‌شود یک نقطه می‌گذاریم. حال در سیم پیچ سوم نیز بایستی میدان آن عکس میدان اصلی باشد با توجه بکار بردن قانون دست راست در سری که جریان طبیعی خارج می‌شود مثبت است نقطه می‌گذاریم بنابراین داریم:



مثال ۶: قانون ولتاژ کیرشهوف *(KVL)* را برای مدار مغناطیس شکل زیر بکار بسته

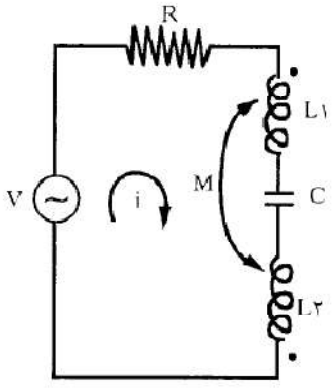


۱- معادله ولتاژ لحظه‌ای را بنویسید.

۲- مدار معادل نقطه‌ای را رسم کنیم.

$$V = R_i + L_1 \frac{di}{dt} - M\frac{di}{dt} + \frac{1}{C}\int idt + L_2 \frac{di}{dt} - M\frac{di}{dt}$$

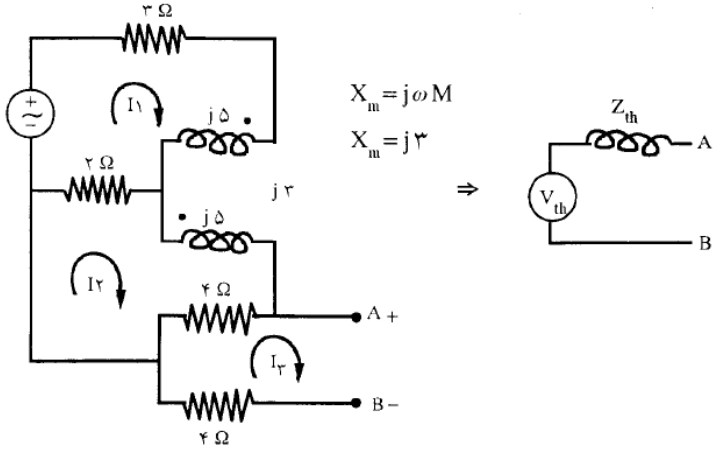
$$\boxed{V = R_i + (L_1 + L_2 - 2M)\frac{di}{dt} + \frac{1}{C}\int idt}$$



مثال ۷: مدار معادل تونن را از دیدگاه دو نقطه A و B بدست آورید. (در شکل زیر)

V_{th} = ولتاژ مدار باز از دیدگاه دو نقطه

Z_{th} = امپدانس از دیدگاه A و B



MohandesYar.com

حلقه اول: $10\angle 0^\circ = 3I_1 + j5I_1 + j3I_2 + 2(I_1 - I_2)$

$$(5 + j5)I_1 + (-2 + j3)I_2 = 10 \qquad (1)$$

حلقه دوم: $2(I_2 - I_1) + j5I_2 + j3I_1 + 4(I_2 - I_3) = 0$

$$(-2 + j3)I_1 + (6 + j5)I_2 - 4I_3 = 0 \qquad (2)$$

حلقه سوم: $4(I_3 - I_2) + V_{AB} + 4I_3 = 0$

$$-4I_2 + 8I_3 = -V_{AB} \qquad (3)$$

$$V_{th} = V_{AB} = 4(I_2 - I_3) = 4I_2$$

برای تعیین I_2 چون I_3 صفر است از معادلات (۱) و (۲) جریان I_2 را بدست آوریم.

$$I_2 = \frac{\begin{vmatrix} 5+j5 & 10 \\ -2+j3 & 0 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 5+j5 & -2+j3 \\ -2+j3 & 6+j5 \end{vmatrix}} = 0/533\angle -137/8$$

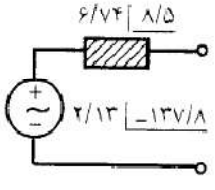
$$V_{th} = 4I_2 = 4 \times 0/533\angle -137/8 = 2/132\angle -137/8$$

برای تعیین Z_{th} (امپدانس ورودی از دیدگاه A و B) ماتریس امپدانس سه حلقه را می‌نویسیم:

$$\begin{bmatrix} 5+j5 & -2+j3 & 0 \\ -2+j3 & 6+j5 & -4 \\ 0 & -4 & 8 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10 \\ 0 \\ -V_{th} \end{bmatrix}$$

$$Z_{in} = \frac{\Delta Z}{\Delta_{33}} \Rightarrow Z_{in} = \frac{\begin{vmatrix} 5+j5 & -2+j3 & 0 \\ -2+j3 & 6+j5 & -4 \\ 0 & -4 & 8 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 5+j5 & -2+j3 \\ -2+j3 & 6+j5 \end{vmatrix}} = 6/74\angle 8/5$$

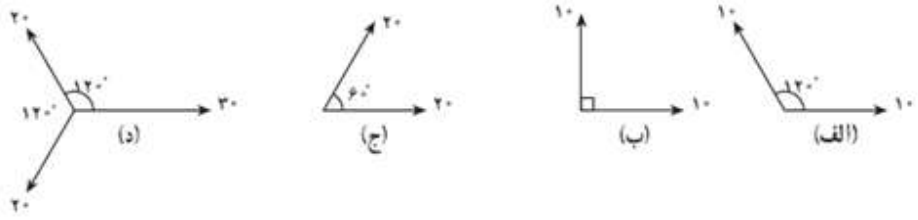
از دیدگاه منبع ۳



MohandesYar.com

مسائل

۱- برایند بردارهای اشکال زیر را به دو روش تحلیلی و هندسی به دست آورید.



۲- دو بردار $\vec{F}_1 = 10$ و $\vec{F}_2 = 20$ مفروض است. اگر زاویه ی بین دو بردار $\alpha = 60^\circ$ باشد، مطلوب است:

الف ـ $\vec{F}_1 + \vec{F}_2$ ب ـ $\vec{F}_1 - \vec{F}_2$ پ ـ $\vec{F}_1 . \vec{F}_2$ ت ـ $\vec{F}_1 . 2\vec{F}_2$

۳- دو بردار $\vec{F}_1 = 3$ و $\vec{F}_2 = 4$ در چه شرایطی برایندهای $\vec{R} = 7$ و $\vec{R} = 1$ و $\vec{R} = 5$ خواهند داشت؟

۴- زاویه ی بین دو بردار با دامنه ی مساوی برابر α° است. زاویه ی بین برایند و تفاضل آن ها را به دست آورید.

۵- در یک مدار الکتریکی، معادله ی ولتاژ و جریان به ترتیب $v = 50\sqrt{2}\sin 2500t$ و $i = 10\sqrt{2}\sin(2500t + 30)$ است. مطلوب است:

الف- رسم دیاگرام برداری ب- محاسبه ی توان های حقیقی،غیر موثر و ظاهری مدار.

۶- در یک شبکه ی الکتریکی دو مصرف کننده با مشخصات زیر حضور دارند:

بار شماره ی یک: پس فاز $P_{e_1} = 5KW \ , \ \cos\varphi = 0/8$

بار شماره ی دو: پیش‌فاز $P_{e_2} = 2\sqrt{3}KW \ , \ P_{d_2} = 2K.V.A.R$

مطلوب است:

الف) رسم مثلث توان هر یک.

ب) محاسبه ی ضریب قدرت کل شبکه.

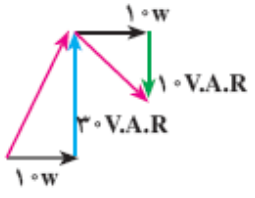
MohandesYar.com

۷- دو شبکه ی الکتریکی با مشخصات زیر مفروض است. ضریب قدرت این دو شبکه روی هم چقدر است؟

بار شماره ی یک: $P_{s_1}=۱۰۰\sqrt{۲}V.A$ ، $P_{e_1}=۱۰۰W$ پس‌فاز.

بار شماره ی دو: $P_{s_2}=۴۰\sqrt{۲}V.A$ ، $P_{d_2}=۴۰V.A.R$ پیش‌فاز

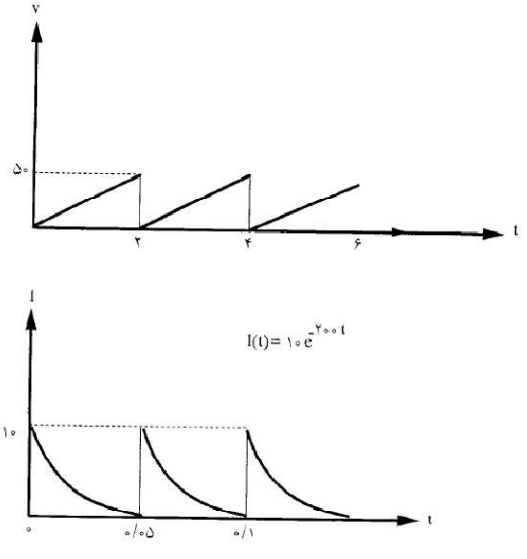
۸- دیاگرام توان یک مدار الکتریکی جریان متناوب مطابق شکل رو به روست. ضریب توان کل شبکه چقدر است؟



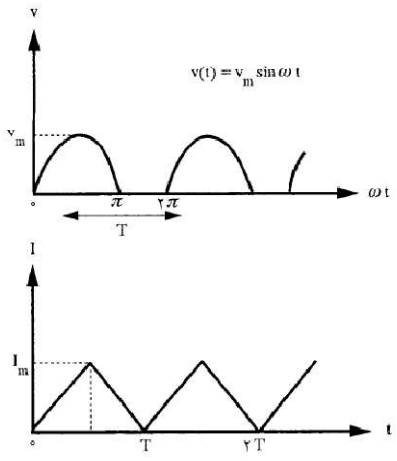
۹- یک شبکه ی الکتریکی بار $۸۰KW$ را با ضریب توان $\cos\varphi=۰/۸$ پس فاز تغذیه می کند. بار نامعلومی وارد شبکه می شود. در این حالت، توان ظاهری شبکه برابر $۲۰۰\ K.V.A$ ، ضریب توان ۰/۶ پیش فاز است.مشخصات جدید شبکه را معلوم کنید.

۱۰- توان متوسط در یک مقاومت اهمی که حامل جریانی $i(t)=۱۴\sin(\omega t)$ را محاسبه کنید.

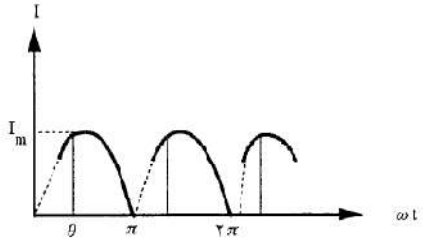
۱۱- مقادیر متوسط و موثر شکل موج های زیر را تعیین کنید.



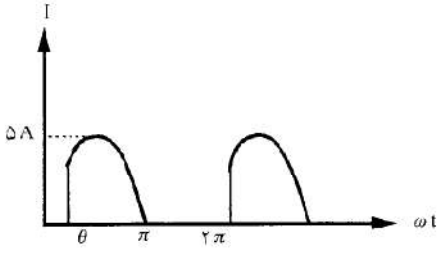
MohandesYar.com



۱۲- یک موج سینوسی یک سو شده تمام موج مطابق شکل زیر بریده شده است مقدار متوسط این موج سینوسی نصف مقدار ماکزیمم آن است زاویه را پیدا کنید.

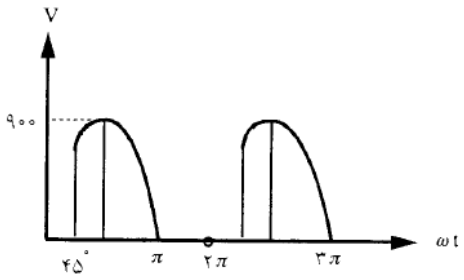


۱۳- جریان جاری در مقاومت ۲ اهمی مطابق شکل زیر می باشد مقدار ماکزیمم جریان ۵ آمپر و توان متوسط در مقاومت ۲۰ وات است. زاویه θ را تعیین کنید.

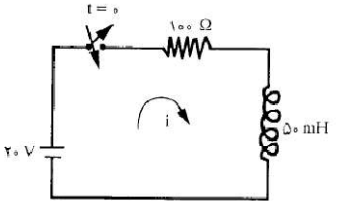


۱۴- موج سینوسی یک سو شده نیم موج شکل زیر متعلق به یک ولتاژ تاخیر دار است چنانچه زاویه تاخیر ۴۵ درجه باشد مقدار V_{av} و V_{rms} را تعیین کنید.

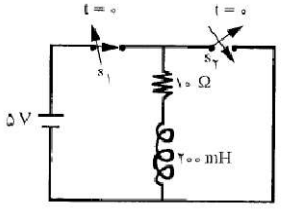
MohandesYar.com



۱۵- در شکل زیر ثابت زمانی مدار را پیدا کنید. اگر کلید در لحظه $t=0$ ببندیم معادله جریان مدار را رسم کنید و مقدار جریان را در زمان های $5T$ ، $4T$ ، $3T$ ، $2T$ و $1T$ بدست آورید.



۱۶- در مدار شکل زیر به طور هم زمان کلید S_1 را باز و کلید S_2 را می بندیم.

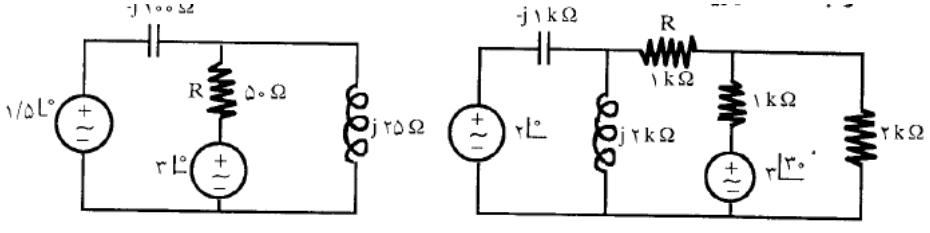


الف) ثابت زمانی مدار را پیدا کنید.

ب) مقدار اولیه جریان سلف را در لحظه کلیدزنی به دست آورید.

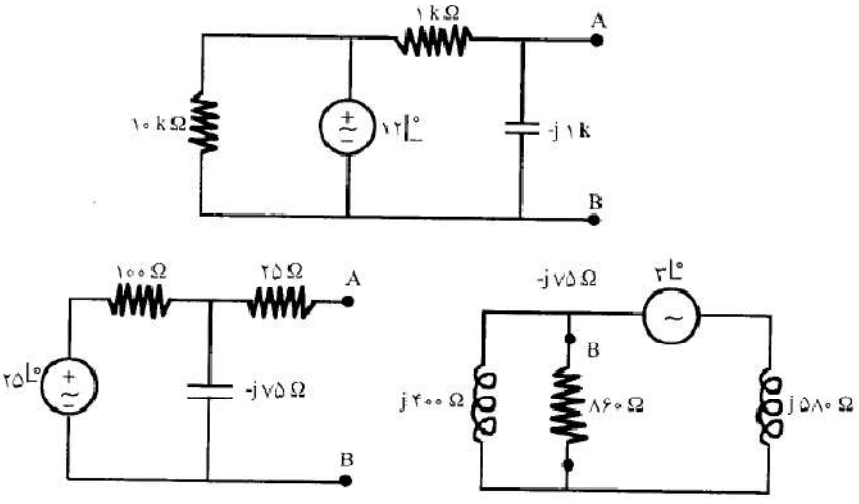
ج) پس از گذشت یک ثابت زمانی جریان سلف را پیدا کنید.

۱۷- در مدارهای شکل زیر با استفاده از قضیه جمع آثار جریان عبوری از مقاومت R را بدست آورید.

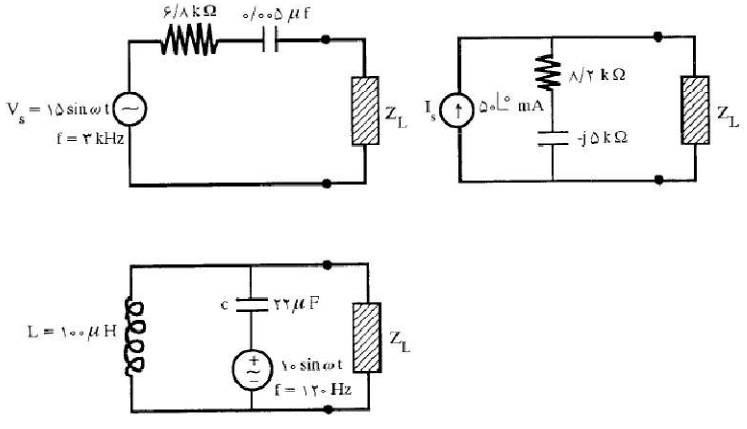


MohandesYar.com

۱۸- در اشکال زیر معادل تونن و نورتن را از دیدگاه دو نقطه A و B بدست آورید.

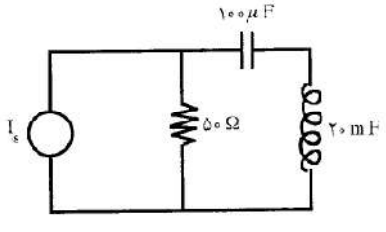


۱۹- در مدارهای شکل زیر مقدار Z_L را طوری به دست آورید که حداکثر توان به آن منتقل شود.



۲۰- در شکل زیر $\omega = ۱۰۰۰ \pi / S$ قدرت های اکتیو و راکتیو و ظاهری تولید شده منبع را بدست آورید

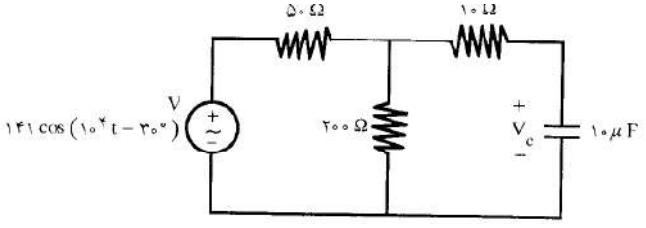
$I_s = ۲/۶ \angle ۱۲۰^\circ$ A (مؤثر)



MohandesYar.com

۲۱- در شکل فوق توازن قدرت های اکتیو و راکتیو را بررسی نمایید.

۲۲- در شکل زیر قدرت های اکتیو و راکتیو همه عناصر را بدست آورده و توازن قدرت ها را بررسی نمایید(اکتیو و راکتیو). همچنین معادله زمانی $V_c(t)$ را بنویسید.



MohandesYar.com